开关电源变压器磁心气隙量公式的辨析计算

The Clarification and Analysis Calculation of Core Gap Flux Formula for Switching Power Transformer

绵阳开元磁性材料有限公司 张忠仕 汪伟 陈文 李卫 （四川绵阳 621000）

摘 要：本文对变压器磁心气隙量的各种计算公式进行分析讨论.追踪它们的来源，判别它们的正确性和实用性。

关键词：磁路定律；磁阻；有效磁路长度；有效磁导率。

中图分类号：TM4 文献标识码：B 文章编号：1606-7517（2007）06-05-112

1 引言

在开关电源变压器的设计中，初级电感量L_1是个非常重要的参数。当磁心选定后，L_1与初级绕组的匝数N_1的平方成正比，另外还与磁心的磁导率μ成正比，当 被定下来以后，L_1就决定于磁心的磁导率了。在初级电流从零开始上升的过程中，磁心材料的振幅磁导率μ_a和可逆磁导率μ_r都随着安匝数的升高而有较大的变化，这就造成L_1的不稳定。为此，开关电源变压器磁心需开一定量的气隙来承受较大的安匝数。也就是说，磁心被开一定量的气隙后，在一定的安匝数范围内，磁心的有效可逆磁导率，增量磁导率和振幅磁导率都趋于起始磁导率了，不再随着初级电流的升高而变化。L_1也稳定，初级电流的上升速度也就稳定了。另外，磁心开气隙后的有效磁导率μ_e比磁心材料的磁导率有所降低，气隙越大，有效磁导率越低。μ_e过低需要初级绕组匝数N_1增大，造成线包体积增大。当L_1、N_1及磁心A_e和l_e定下来后，μ_e就是个定值，不可随意改变了。开气隙的直接要求就是要把磁心的有效磁导率μ_e降到设定的值。

到底气隙量该开多大可以得到设定的μ_e值呢？各种资料，众说纷纭，给出的有关气隙量的计算公式也是五花八门，使读者无所适从。本文对现已广为流传的众多计算气隙量的公式进行分析讨论，试图判断它们的正确与否。由于很多资料习惯于突然给出计算气隙量的公式，既没推导过程，又没注明来源，我们也就无法弄清最初是何人给出的，也只能根据公式本身分析它的正确与否。

2 关于诸资料给出的气隙量计算公式

文献［1］给出两个计算公式：

$$l_g=\frac{l_e(\mu-\mu_e)}{\mu\mu_e} \tag{1}$$

式中，l_e——磁心的有效磁路长度。

μ——磁心材料的起始磁导率。

μ_e——开气隙后要求的磁心有效磁导率。

$$l_g=4\pi A_e\left[\frac{N_1^2}{L_1\times10^9}-\frac{1}{A_L}\right]\ \text{(cm)} \tag{2}$$

式中：L_1——初级绕组的电感量（H）

A_L——磁心无气隙时的电感因数（nH/N^2）

A_e——磁心的有效截面积（cm^2）

文献［2］收集有四个计算公式是：

$$l_g=\frac{0.4\pi L_P I_P^2}{A_e\Delta B_m} \tag{3}$$

$$l_g=\frac{0.4\pi N_P^2 A_e}{L_P\times100}-\frac{l_c}{\mu_r} \tag{4}$$

$$l_g=4\pi A_e\left(\frac{N_P^2}{L_P\times1000}-\frac{1}{A_L}\right) \tag{5}$$

$$l_g=\frac{0.4\pi L_P I_P^2}{A_e B_m^2}\times10^2 \tag{6}$$

式中单位为：B(Gs)，l_g(cm)，I_p(A)，A_L(nH/N^2)，L_p(μH)，A_e(cm^2)

文献［3］给出的计算公式为：

$$l_g=\frac{0.4\pi L_{P1}I_{P1}^2}{\Delta B_m^2 Se}\quad(\text{cm})\tag{7}$$

式中单位：S_e(cm^2)，L_{p1}(H)，I_{p1}(A)，B_m(T)

文献［4］在331页给出：

$$l_g=\frac{\mu_r N_P^2 A_e}{Lp}\tag{8}$$

式中单位：l_g(mm)，A_e(mm^2)，$\mu_r(4\pi\times10^{-7})$，L_P(mH)

在337页又给出一个公式为：

$$l_g=\frac{0.4\pi L_P I_{PK}^2}{A_e\Delta B^2}\times10^8\tag{9}$$

式中单位：l_g(mm)，A_e(cm^2)，B(Gs)，L_p(H)，I_{PK}(A)。

文献［5］给出的计算公式为：

$$l_g=\frac{0.4\pi N_P^2 A_e\times10^{-8}}{L_P}\quad(\text{cm})\tag{10}$$

式中单位：A_e(cm^2)，L_p(H)。

以上公式中，A_e和S_e为磁心的有效截面积，l_e和l_c为有效磁路长度，L_P和L_{P1}为开关电源变压器的初级绕组电感量，I_P、I_{P1}和I_{PK}都代表初级电流的峰值，B_m和ΔB_m为磁心的工作磁通密度峰值，A_L为磁心不开气隙时的电感因数，μ为磁心材料的磁导率，N_1和N_P为初级绕组匝数。

3 对气隙量计算公式的推导和分析

由于气隙量的计算公式繁多，我们不能武断的说出谁是谁非，只有通过理论推导，才能分辨出某个计算公式的正确与否。下面我们从磁路定律出发，推出气隙定律，从气隙定律导出气隙量的计算公式。

为了简便起见，在推导过程中所涉及到的各物理量的单位，除特殊说明外，均采用国际单位制中的基本单位。

根据闭合磁路的磁路定律：

$$\phi=\frac{\varepsilon_m}{r_m}\tag{11}$$

式中，φ为磁心截面上的磁通量。

磁通势 $\varepsilon_m=NI$　N为匝数，I为电流

磁阻 $r_m=l_e/\mu_0\mu A_e$　(12)

在(12)式中，如果磁心各段都是由一种材料组成的，μ即为该材料的磁导率。如果磁心各段是由两种或两种以上磁导率不同的材料组成，μ就由磁心的有效磁导率μ_e取代。磁心开气隙后，把气隙看成是相对磁导率等于1的特殊磁性材料，所以把磁心开气隙后的磁导率也称为有效磁导率μ_e。

另外需强调指出，具有闭合磁路的磁心常数C_1、C_2及其有效磁路参数A_e、l_e和V_e，它们是由磁心的大小和形状决定的结构参数，与磁心的材料参数μ或B_m等无关。所以磁心开个小气隙后只能使磁路的磁阻增加。而不会使磁心的有效磁路长度变化。

设磁心是由磁导率为μ的同一种材料组成，磁心的有效磁路长度为l_e，有效截面积为A_e，开的气隙量为l_g，开气隙后磁心剩余部分的磁路长度为l_c，磁心开气隙处的截面积为A_B。于是根据磁路定律可以写出开气隙后磁路的总磁阻r_m：

$$r_m=\frac{l_c}{\mu_0\mu A_e}+\frac{l_g}{\mu_0 A_B}=\frac{l_c A_B+\mu l_g A_e}{\mu_0\mu A_e A_B}\tag{13}$$

(11)式可写成

$$\varepsilon_m=\phi r_m\quad\text{即}\quad NI=\phi r_m\tag{14}$$

设$A_B=KA_e$，并把$l_c=l_e-l_g$代入(13)式可得：

$$r_m=\frac{l_e\left[1+\frac{l_g}{l_e}\left(\frac{\mu}{K}-1\right)\right]}{\mu_0\mu A_e}\tag{15}$$

把(15)式代入(14)式得到

$$NI=\phi\times\frac{l_e\left[1+\frac{l_g}{l_e}(\mu/K-1)\right]}{\mu_0\mu A_e}\tag{16}$$

设开气隙后磁心的有效磁导率为μ_e，磁路定律写成：

$$NI=\phi\frac{l_e}{\mu_0\mu_e A_e}\tag{17}$$

由(17)式与(16)式相比较可导出：

$$\mu_e=\frac{\mu}{1+\frac{l_g}{Kl_e}(\mu-K)}\tag{18}$$

(18)式表示出磁心开气隙后的有效磁导率μ_e与磁心材料的磁导率μ之间的关系。如果磁导率μ-K，开气隙处的磁心截面积A_B又非常接近磁心的有效截面积A_e，使K≈1，(18)式可写成：

$$\mu_e = \frac{\mu}{1+\frac{l_g}{l_e}\mu} \tag{19}$$

(19)式即为经常使用的气隙定律

在实际应用中，一般情况下μ-K这个条件是能满足的，所以(18)式中的(μ-K)用μ取代，再解出l_g：

$$l_g = \frac{l_e(\mu-\mu_e)K}{\mu\mu_e} \tag{20}$$

(20)式适用于各段磁路横截面积差别比较大的磁心气隙量计算。如果磁路各段截面积非常接近，K可当作1处理，于是从（19）式解出：

$$l_g = \frac{l_e(\mu-\mu_e)}{\mu\mu_e} \tag{21}$$

(21)式既为(1)式。

根据磁导率的计算公式

$$\mu = \frac{Ll_e\times10^7}{4\pi N^2 A_e}$$ L为开气隙之前的电感量

$$\mu_e = \frac{L_e l_e\times10^7}{4\pi N^2 A_e}$$ L_e为开气隙后的电感量

把μ和μ_e代入(21)式，并把A_e的单位化为cm^2，l_e的单位用cm，L_e的单位用H，电感因数的单位用nH/N^2，整理后就得到

$$l_g = 4\pi A_e(\frac{N^2}{L_e\times10^9}-\frac{1}{A_L}) \tag{22}$$

(22)式就是(2)式，(22)式中的L_e单位若改为μH，(22)式就应改写成(5)式。

在l_e的单位用cm，A_e单位用cm^2，电感单位用nH的条件下磁导率的计算公式为

$$\mu = \frac{Ll_e}{4\pi N^2 A_e} = \frac{l_e}{4\pi A_e}A_L$$

所以 $$\frac{1}{A_L} = \frac{l_e}{4\pi\mu A_e} \tag{23}$$

(22)式中的L_e若改用nH，则(22)式可写成：

$$l_g = 4\pi A_e(\frac{N^2}{L_e}-\frac{1}{A_L}) = \frac{4\pi A_e N^2}{L_e}-\frac{4\pi A_e}{A_L} \tag{24}$$

把(23)式代入(24)式得

$$l_g = \frac{4\pi A_e N^2}{L_e}-\frac{l_e}{\mu} \tag{25}$$

若上式中的L_e改用

$$l_g = \frac{4\pi A_e N^2}{L_e\times1000}-\frac{l_e}{\mu} \tag{26}$$

由(26)式与(4)式相比较，(4)式中的 若代表有效磁路长度，它实际上就是(26)式。

文献［2］在解释（4）式时，引入了一个磁心开气隙后磁路有效长度l_e的计算公式：

$$l_e = l_c + \mu_r l_g \tag{27}$$

式中：l_c是磁心磁路长度。

μ_r是相对磁导率。

原作者从（27）式出发，最后证明说（4）式与（5）式是一致的。关于（27）式，文献［3］也给出一个同样的公式，并指出：如果在磁心通路中开一个气隙，将建立起一个有气隙的磁路，它会改变磁路的有效长度。因为空气隙的磁导率为1，所以磁路长度L_e为：

$$l_e = l_i + \mu_i l_g \tag{28}$$

式中，l_i——磁性材料的磁路长度

l_g——空气隙的磁路长度

μ_i——磁性材料的磁导率

原作者对（28）式的解释使人看不懂。有效磁路长度l_e原本是磁路的结构参数，它与磁路本身的材料参数无关，在（28）式中l_e与材料的磁导率μ_i的关系非常之大，这使人非常难以理解。

关于（28）式或（27）式的最初来历，我们无法考证。既然有不少人在引用它，推广它，这就引起了我们对（27）式进行考察的兴趣，我们试图从理论上来否定它。

我们根据磁路定律推出了开气隙后磁路的总磁阻r_m如（13）式所示。在（13）式中，如果气隙的截面积与磁心的有效截面积A_e相等，则（13）式变成：

$$r_m = \frac{l_c+\mu l_g}{\mu_0\mu A_e} \tag{29}$$

不开气隙时的磁阻应为：

$$r_m = \frac{l_e}{\mu_0\mu A_e} \tag{30}$$

比较(29)式和(30)式得出

$$l_e = l_c + \mu l_g \tag{31}$$

通过以上推导，好像证明了(27)式的正确性。其实不然，只是推演一下（27）式的来源。在（31）式的推导过程中犯了一个错误，即把开气隙前后的磁阻都用r_m代表，所以就由（29）式与（30）式相等得出（31）式。实际

上开气隙前后的磁阻是绝对不会相等的，所以（29）式和（30）式也就不能相等，得出的（31）式是绝对错了的。文献［2］能用（27）式推出（4）来，其推导过程中是出了错误的。

现在考察(8)式的来历。对于(1)式，当μ - μ_e时可用μ代替(μ - μ_e)，于是(1)式就可写成：

$$l_g = \frac{l_e}{\mu_e} \tag{32}$$

根据μ_e的计算公式

$$\mu_e = \frac{L_e l_e}{\mu_0 N^2 A_e} \tag{33}$$

把(33)式代入(32)式得到

$$l_g = \frac{\mu_0 N^2 A_e}{L_e} \tag{34}$$

(34)式是使用国际单位制的基础单位推导出来的。但是如果同时把式中l_g的单位换成mm，A_e换成mm^2，L_e换成mH，(34)式仍成立，即变成了(8)式。

现在对(9)式进行考证。众所周知，电感L通上电流I后，电感器的储存能量为：

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 \tag{35}$$

磁介质被电流的磁场H磁化后，磁介质中的磁能密度为1/2BH，若均匀磁化，磁介质的体积为V，则电流I在磁介质中的总储能为

$$W_m = \frac{1}{2} BHV \tag{36}$$

对于闭合磁心，内圈与外圈部分之磁路长度是不一样长的，考虑到这一误差，磁心的尺寸使用有效参数，磁场H也使用有效尺寸计算值。（36）式可写成：

$$W_m = \frac{1}{2} BH_e V_e \tag{37}$$

对于变压器磁心来说，初级电流从0升到I_P，B同时从0升到B_m时，在初级绕组电感L_P中储存的能量也就是磁心中储存的能量，比较（35）与（37）式可得：

$$\frac{1}{2} L_p I_p^2 = \frac{1}{2} B_m H_e V_e \tag{38}$$

式中V_e也可能由两种磁导率不同的材料构成，空气隙也可以看成一种相对磁导率等于1的磁性材料。H_e是由磁化电流I_P产生的磁化场。H_e与B_m的关系是：

$$H_e = \frac{B_m}{\mu_0 \mu_e} \tag{39}$$

式中：$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m

μ_e是开气隙后磁心的有效磁导率。

把（39）式代入（38）式得：

$$\frac{1}{2} L_p I_p^2 = \frac{1}{2} \frac{B_m^2 A_e l_e}{\mu_0 \mu_e} \tag{40}$$

如前所述，在μ - μ_e的条件下(32)式成立，把(320式代入(40)式得

$$\frac{1}{2} L_p I_p^2 = \frac{1}{2} \frac{B_m^2 A_e l_e}{\mu_0} \times \frac{l_g}{l_e} = \frac{1}{2} \frac{B_m^2 A_e l_g}{\mu_0} \tag{41}$$

由(41)式可导出：

$$l_g = \frac{4\pi L_p I_p^2}{B_m^2 A_e} \times 10^{-7} \tag{42}$$

如果（42）式中，L_P单位仍用H，I_P单位仍用A，l_g的单位换为cm，B_m换用Gs，A_e换用cm^2，(42)式可改写成

$$l_g = \frac{4\pi L_p I_p^2}{A_e B_m^2} \times 10^7 \tag{43}$$

(43)式就是(9)式。可见(9) 式仍来源于(1)式近似的结果。

文献［4］推导（9）式时从气隙储能开始，认为磁心开气隙后能量是储存在气隙中。于是认为气隙中的磁能密度乘以气隙的体积就等于初级电感L_P储存的能量。我们认为，说能量储存在气隙中是不正确的，能量仍然应储存在包括气隙在内的整个磁心中，气隙中的磁能密度仍然与磁性材料中的磁能密度相等，应为$\frac{1}{2} B_m H_e$，而不是$\frac{1}{2} B_m H$

因为气隙中的磁场H它由两部分组成，一部分是由安匝数NI直接产生的磁场H_e，另一部分仍然是磁心的磁化强度M所引起的散磁场H′。H′是B的组成部分，而不是电流I直接产生的磁场，所有气隙中的磁能密度只能是$\frac{1}{2} BH_e = \frac{1}{2} \frac{B_m^2}{\mu_0 \mu_e}$，而不是$\frac{1}{2} \frac{B_m^2}{\mu_0}$。从（41）式的推导过程中可以看到，$l_e$与$l_e$约掉后才得到（41）式右端，虽然（41）式右端含有$A_e l_e$因子恰好代表气隙体积，但$\frac{1}{2} \frac{B_m^2}{\mu_0}$不代表气隙中的磁能密度，另外，如果$\frac{1}{2} \frac{B_m^2}{\mu_0}$真的代表气隙中的磁能密度，那么(41)式就不是近似公式，是个准确公式，由(41)式导出的(42)式也应是个准确公式。事实上(42)式是在μ - μ_e的条件下近似得来，用它计算气隙与μ无关了。如果

（42）式是绝对成立的，我们就可以得出气隙量与磁心材料磁导率μ绝对无关的错误结论。这就反证了磁心开气隙后能量储存在气隙中的结论是不正确的。

关于式（7），与（9）式没有本质的差别，只是B_m的单位用T而不是Gs。

把(9)式中的L_P单位改用μH，(9)式就变成(6)式。

(3)式与(6)式相比较，明显的错误是少了个10^2因子，而且把ΔB_m^2写成了ΔB_m。

把$\mu_0=4\pi\times10^{-7}$代入(34)式，就可得到(10)式。(10)式和(8)式可看作同一个公式。

在实际应用中，有时线圈都已绕好密封，匝数N也不知，只指定用的磁心材料和型号，要求开气隙，把初级绕组的电感量降到指定值。这时可用下式计算气隙量：

$$l_g=\frac{l_e(L-L_e)}{\mu L_e} \qquad (44)$$

式中：l_e为磁心的有效磁路长度。

L_e为开气隙后要求的电感量。

L为气隙量为零时的电感量。

μ为磁心材料的磁导率。

值得注意的一点是，使用(2)、(5)和(44)式时，式中的A_L和L应是无气隙时的电感因数和电感量，当磁心是由两部分对在一起组成时，测出的A_L或L值都比绝对无气隙时降低30%左右。如果计算l_g使用的是由两部分组成的磁心没开气隙时的A_L或L，其计算值要比真正需要的l_g值偏小一些。

4 结论

(1)磁心气隙量计算公式的理论根据是磁路定律，而不是气隙中储能的理论。

(2)当气隙的截面积A_B与磁心有效截面积A_e有明显差异时应使用(20)式计算气隙量。

(3)当开气隙处的磁心截面积A_B与磁心的有效截面积近似相等时，可使用(1)、(2)、(4)、(5)或(44)式计算气隙量。

(4)当磁心磁导率μ远大于开气隙后要求的有效磁导率μ_e时，才可使用(7)、(8)、(9)、(10)和(32)式计算气隙量。

5 实例计算比较

文献［4］在333页“计算变压器的另一种方法”中举一反激式变压器的设计实例。例中算出初级电流峰值I_{PK}=1.44(A)，初级电感L_P=2.25(mH)，磁心材料的工作磁通密度B_m设定为1950Gs，变压器磁心选定为EE42，其A_e=1.82cm，l_e=9.7cm。原作者用(9)式计算磁心气隙量：

$$l_g=\frac{0.4\pi\times2.25\times10^{-3}\times1.44^2}{1.82\times1950^2}\times10^8=0.085(cm)$$

根据$L=\frac{N\phi}{I}=\frac{NA_eB_m}{I}$ 可导出

$$N=\frac{LI}{A_eB_m}=\frac{L_PI_{PK}}{A_eB_m}=\frac{2.25\times10^{-3}\times1.44}{1.82\times10^{-4}\times0.195}=91.3(Ts)$$

由计算可知，该例中，若保持工作B_m为0.195T，必须把初级绕组匝数定为91.3Ts。

根据匝数和初级电感可计算出开气隙后的有效磁导率μ_e：

$$\mu_e=\frac{L_Pl_e}{4\pi N^2A_e}=\frac{2.25\times10^6\times9.7}{4\pi\times91.3^2\times1.82}=114.5$$

式中：电感L_P的单位用nH，有效磁路长度用cm，有效截面积A_e用cm^2。

通过对μ_e的计算可知，磁心材料的磁导率μ必须大于114.5才行，否则，不开气隙L_P也达不到要求的2.25mH。

假定磁心材料的磁导率μ=400，磁路截面积是均匀的，即$A_B=A_e$。则可用(1)式计算气隙量：

$$l_g=\frac{l_e(\mu-\mu_e)}{\mu\mu_e}=\frac{9.7(400-114.5)}{400\times114.5}=0.060(cm)$$

如果材料的磁导率μ=2500，再把μ代入(1)式计算气隙量l_g：

$$l_g=\frac{9.7(2500-114.5)}{2500\times114.5}=0.081(cm)$$

通过以上计算l_g的值，验证了公式(9)就是公式(1)的近似结果。

参考文献

[1]张忠仕，陈文，李卫. 单端反激变压器设计时选择磁心的方法［J］. 国际电子变压器，2005，(8)：123.

[2]黄永富. 关于单端反激式变压器的三个设计公式［J］. 国际电子变压器，2004，(3)：47.

[3]张乃国. 开关电源脉冲功率变压器的一种设计方法［J］. 国际电子变压器，2005，(6)：136.

[4]张占松，蔡宣三. 开关电源的原理与设计［M］. 1999：331与337.

[5]吕利明，肖建平等. 高频开关电源单端反激变压器的原理与设计方法［J］. 磁性材料及器件，2006，37(1)：38.