简 序

1. 翻译仅为学习交流,版权归原作者 Robert W. Erickson/ Dragan Maksimovic 及原英文版出版社 Kluwer Academic Publishers 所有,此译本标有 eric.wen.tx@gmail.com 水印,仅对些译文内容负责.
2. 尽量忠于原文,错误与不当在所难免,请批评指正.
3. 本译本（部分章节）为世纪电源网电源论坛（bbs.21dianyuan.com）网友自发翻译，**仅用于网友们学习交流，严禁一切商业用途！如网友们觉得本书对您十分有帮助，请您购买原版书籍。**
4. 对此译本有建议而指正或任何问题,请联系: eric.wen.tx@gmail.com
5. 如有未包含之处,以 eric.wen.tx@gmail.com 及 bbs.21dianyuan.com 发布为准
6. 2011.12.30 V0.0 by Eric.Wen

第七章 变换器的交流等效电路建模

第七章 变换器的交流等效电路建模 1
第七章 交流等效电路建模 2
7.1 引言 2
7.2 基本交流建模方法 6
7.2.1 平均电感波形 7
7.2.2 平均近似法讨论 8
7.2.3 平均电容波形 10
7.2.4 平均输入电流 10
7.2.5 微摄动法及线性逼近法 11
7.2.6 小信号交流等效电路的构建 14
7.2.7 摄动法及线性化步骤 16
7.2.8 变换器的一些基本结论 16
7.2.9 实例:非理想反激变换器 17
7.3 状态空间平均法 24
7.3.1 网络端口状态方程 25
7.3.2 状态空间平均法建模基本理论 27
7.3.3 对于状态空间平均法结果的讨论 28
7.3.4 非线性 BUCK-BOOST 变换器状态平均法分析 32
7.4 电路平均及平均开关建模法 36
7.4.1 获得时不变电路 38
7.4.2 电路平均 38
7.4.3 摄动化(微扰动法)及线性化 40
7.4.4 开关网络 43

仅作技术交流,勿做商业用途!!!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途，
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

7.4.5 包含导通损耗的平均开关建模.....48
7.4.6 包含开关损耗的平均开关建模.....51
7.5 标准电路模型.....53
7.5.1 标准电路模型的推导.....53
7.5.2 将 BUCK-BOOST 变换器模型转化为标准电路形式.....55
7.5.3 常用变换器的标准电路参数.....57
7.6 脉宽调制器(PWM 调节器)的建模.....57

仅作技术交流,勿做商业用途!!!

第七章 交流等效电路建模

7.1 引言

电路变换系统总是需要反馈。例如：在典型的 DC-DC 变换器中，尽管输入电压 $v_g(t)$ 或是负载在变化，但输出电压 $v(t)$ 需要维持恒定。而这种恒定，是通过构建一个电路---用来改变变换器的控制量：如占空比,来达到使输出电压与理想的参考电压相等。在逆变器系统，反馈控制使得输出电压跟随一正弦参考电压。在现代低谐波整流系统中，反馈控制使得输入电流跟随输入电压，也即对于交流输入而言，输入端口呈现为阻性负载。所以，反馈在系统中经常用到。

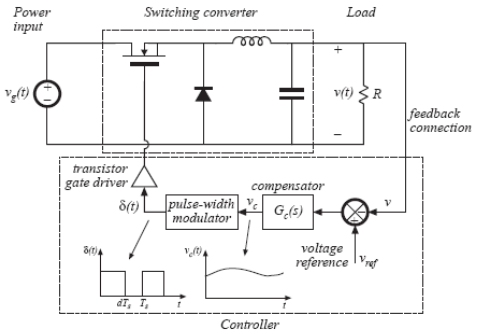


图 7.1 简单的 DC-DC 变换器系统(包含 BUCK 功率变换器及反馈控制网络)

图 7.1 为典型的 DC-DC 变换器框图，它包括 BUCK 变换器及反馈回路二部分.该变换器

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途，
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

通过反馈控制的作用，使其输出电压精确可调，且不受扰动干扰与负载电流影响.另外，控制系统必须稳定，同时系统的瞬态超调，稳定时间及稳态调节都应满足一定的范围.图 7.1 所示电路的交流建模分析、变换器的设计、控制系统设计是本书第二部分的主要内容.

为了设计类似于图 7.1 所示的系统，我们需要研究变换器的动态模型。输入电压如何变化，负载电流如何变化，抑或是占空比对输出电压的影响？系统的小信号传递函数是什么样子的？为了解决以上问题，我们将对第二章，第三章所述的稳态模型进行扩展分析.连续工作模式下变换器的动态运行建模，我们可以采用第二/三章类似的分析方法。交流等效电路的分析结果表明，它与第三章分析得到的直流等效派生电路具有惊人的相似性。

建模是以数学方法反映现实中的物理现象，在工程学上，人们通常希望得到系统的主要性能（表现），而同时忽略一些次要的特性.对元件二端进行简单的列方程,同时忽略系统响应的其他方面,也即是:他们是未建模的.简化的模型可以对系统表现形成进行物理分析,从而帮助工程师设计的系统符合给定的运行方式.因而,建模过程包括了利用近似方法忽略一些细小但复杂的现象,试图去理解那些最重要的方面.一旦一些基本的知识懂得了后,我们可以去考虑那些之前忽略的现象,进而修正我们的模型.事实上,现成社会中的物理系统都是复杂的,如果去做太细节的分析将会产一堆难于解决的而且是没有用的数学垃圾.近似化模型是获得理解与自然知识的重要工具.

第二章讨论可知,在一个设计良好的变换器中,如果工作于 CCM 下,开关频率的纹波是十分小的,因此,我们可以忽略开关纹波,只对在变换器波形中的交流叠加分量进行建模,如:假设变换器占空比引入交流分量,即:

$$d(t) = D + D_m \cos \omega_m t \qquad 7.1$$

D,Dm 均为常量.且 $|D_m| << D$,调制频率 ω_m 远小于开关频率 $\omega_s = 2\pi f$.图 7.1a 为晶体管驱动信号,7.2b 为变换器输出电压波形 $v(t)$. $v(t)$ 的频谱分析如图 7.3.从频谱分析图可以看到,它包括开关频率分量以及其他边频带.如果开关纹波很小的话,这些分量幅值也小.另外,频谱还包括在调制频率附近的低频分量. 此分量的幅值与相位不仅与占空比的变化有关,而且与变换器的频率响应有关.如果忽略开关纹波,低频分量仍然存在(同样如图 7.2b 所示).我们交流模型的目标就是预测此低频分量.

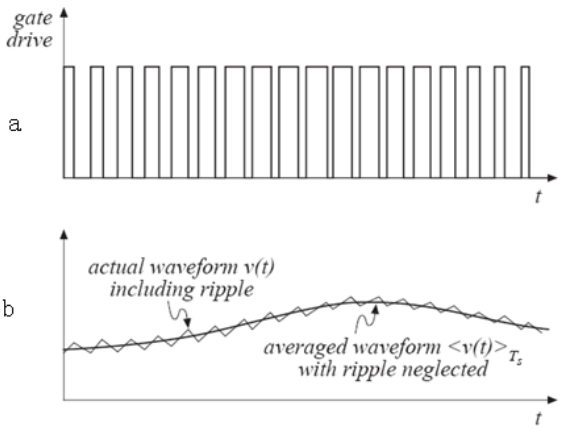


图7.2 变换器信号的交流变化量:(a)晶体管驱动信号 波形(b) 变换器输出电压波形.$v(t)$ 实

仅作学术交流,勿做商业用途!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途，
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

际的波形(包括高频及纹波)和平均波形,低频分量$<v(t)>_{Ts}$都在图中表示出来了.

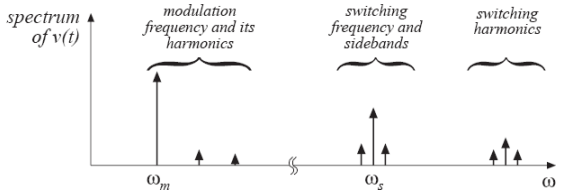


图 7.3 图 7.2 中所示输出电压 $v(t)$ 的频谱

7.2 节中介绍了 CCM 变换器小信号模型的推导方法.在一个开关周期内,电感电流及电容电压波形中的开关纹波忽略掉.因此,电感电容波形中的低频分量可以通过建模方程如下:

$$L\frac{d<i_L(t)>_{Ts}}{dt}=<v_L(t)>_{Ts}$$
$$C\frac{d<v_C(t)>_{Ts}}{dt}=<i_C(t)>_{Ts} \qquad 7.2$$

$<x(t)>_{Ts}$ 代表 $x(t)$ 一段时间 T_s 里的平均值:

$$<x(t)>_{Ts}=\frac{1}{T_s}\int_{t}^{t+T_s}x(\tau)d\tau \qquad \mathbf{7.3}$$

因此我们可以采用近似法,对一个开关周期内进行平均进而忽略开关纹波,尽管平均值从一个开关周期到下个周期存在变化.同样,低频下也可以一样建模.事实上,方程7.3包括了波形低通滤波后的波形.本章节末尾列出了大量的关于变换器平均建模参考文献.

当系统稳态时,注意到电感伏秒平衡及电容电荷平衡,方程7.2式右边为0.方程7.2描述电感电流与电容电压在一个开关周期内如何从非零状态变换化稳定状态的.

平均电感电压和电容电流在变换器中通常是非线性信号,因此 7.2 包括一系列非线性差分方程.确实,图 7.3 频谱同样包含了调制频率 ω_m 的谐波分量.在绝大部分变换器中,谐波的幅值在当调制频率接近开关频率或是调制占空比接近静态占空比的时候,幅值会变得很大.非线性系统在电子电气工程中并不少见,事实上,所有的半导体元件表现为非线性行为.为了获得一个容易分析的非线性模型,我们经常在静态工作点附近采用小信号模型线性化的方法,在静态工作点附近,调制及其扩展的频率的谐波分量可以忽略.例如.图 7.4 描述了一个线性化二极管的 I-V 曲线.假设二极管电流的静态电流 I 和其小信号分量 $\hat{i}(t)$.结果在二极管上产生了一个静态电压 V 及一小信号电压 $\hat{v}(t)$.如果小信号电压分量静态电压相比足够小,即:

$$\left|\hat{v}\right|<<|V|,\left|\hat{i}\right|<<|I| \qquad 7.4$$

$\hat{v}(t)$ 与 $\hat{i}(t)$ 的关系接近线性，即 $\hat{v}(t)=r_D\,\hat{i}(t)$，阻抗 $1/r_D$ 代表了在静态工作点附近,这二极

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途，
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

管特性的斜率.图 7.4c 的小信号等效电路模型反映了二极管在静态工作点附近时微小变化的表现行为.

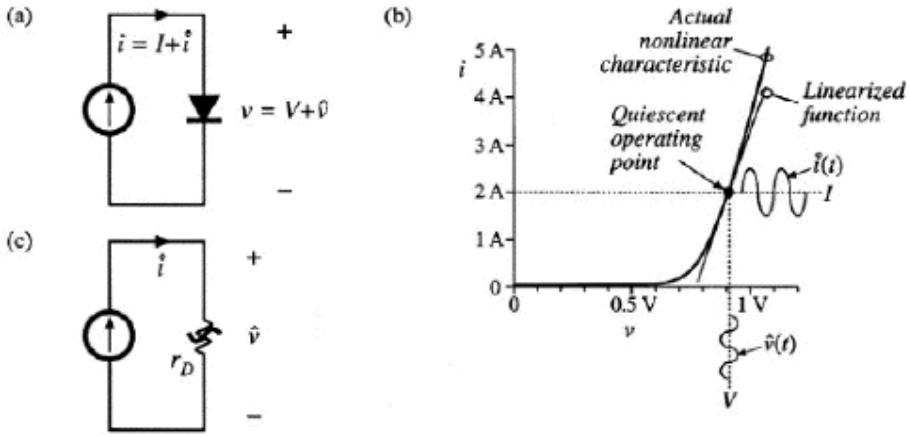


图 7.4 二极管小信号等效电路模型 a 非线性二极管电流 I b 静态工作点附近线性化二极管工作特性 c 线性化小信号模型

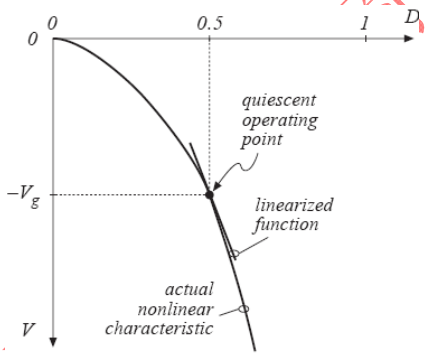


图 7.5 BUCK-BOOST 变换器静态工作点 D=0.5 附近的线性化描述 静态控制 VS 输出特性

另一个非线性变换器特性的例子是 BUCK-BOOST 变换器稳态输出电压与占空比的独立性.如图 7.5 所示:假设变压器直流输出$V = V_g$,此时对应的占空比为 D=0.5.相对于稳态,占空比变化量$\hat{d}$会在产生$\hat{v}$的输出电压.如果占空比变化量足够小,我们就可以在输出电压曲线通过性线化求解得出对产应的输出电压.图 7.5 中的线性化斜率是这样选择的:它等于 实际中在静态工作点处的实际非线性化斜率.此斜率也即是变换器的直流增益(占空比-输出电压).如果占空比变化量极小,那么线性化与非线性化曲线极其相近.

虽然图 7.5 描述了小信号线性化的过程,但图 7.5 所示的 BUCK-BOOST 电路实在是过于简单,由于电感与电容的存在,会对变换器的增益表现出一定的频率响应,为了正确预估小信号传递函数的零极点,需要对电路平均差分方程 7.2 进行线性化.此工作在 7.2 章节完成.通过第三章的方法,我们可以构建得到小信号行将电路.如 7.6 所示,即 BUCK-BOOST 变换器的小信号等效模型,通过此模型,我们可以利用传统的电路分析方法和技巧,得到小信号传递函数,输出阻抗,以及其他的频率响应特性等.在类似于图 7.1 的系统中,我勺可以将变换器用此等效电路模型代替,如果系统其他部分单元的小信号模型也得到的话(如 PWM 调节器),那么我们

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

就可以得到一个整个系统的线性化模型.进一步,我们就可以采用标准的线性化方法对模型进行分析,如拉普拉斯变换来深入分析系统的行为及特征.

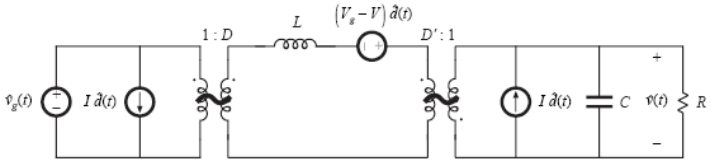


图 7.6 BUCK-BOOST 变换器交流小信号等效电路模型

有二个广泛所知的交流建模方法,状态空间平均法及电路平均法.这二种方法在 7.3,7.4 章节中会分析.一种扩展的电路平均法,平均开关模型,同样在 7.4 中进行了论述.因为开关是唯一的能导致产生开关谐波的元件,所以通过等效平均开关波形能够得到等效电路模型.通过采用平均开关模型,我们可以容易地得到适合分析与仿真的变换器模型.平均开关建模技术可以推广运用到其他工作模式,如电流断续模型,电流控制型变换器,谐振变换器.在 7.5 节中可以看到,任何 DC-DC PWM 变换器,在 CCM 模式下都可以得到一个标准的形式,我们称之为典型模型.这些等效电路描述了变换器所必要具有的基本物理功能,同样在 7.6 节,对脉宽调节电路进行了简单的建模分析.

如果你不知道如何应用这些模型,则他们毫无意义.在第 8 章,详细地,用以设计为导向地方法,对系统频率响应进行了分析.变换器的小信号传递函数被列出来,且通过一种简单近似的方法得到了系统的传递函数的波特图和阻抗.有了这些后,当然人们对复杂变换器系统的频率响应会有更深入的认识.

7.2 基本交流建模方法

首先推导下图 7.7 所示的 BUCK-BOOST 变换器的小信号交流模型.和常规分析一样,首先得到电感上电压波形及电容中的电流波形.

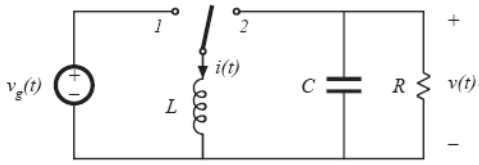


图 7.7 BUCK-BOOST 变换器

当开关位于位置 1 的时候,其等效图为 7.8a,电感电压电容电流如下:

$$v_L(t) = L\frac{di(t)}{dt} = v_g(t) \qquad 7.5$$

$$i_C(t) = C\frac{dv(t)}{dt} = -\frac{v(t)}{R} \qquad 7.6$$

仅作技术交流,勿做商业用途!!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途，
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

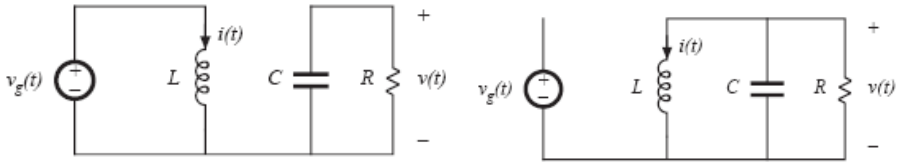


图 7.8 a 开关位于 1 b 开关位于 2

现在进行小纹波近似分析,与第二章的用直流分量V及Vg取代 $v_g(t)$, $v(t)$ 不同,这里我们用他们的低频分量 $<v_g(t)>_{Ts}$, $<v(t)>_{Ts}$ 来进行取代,则方程7.5 7.6变为:

$$v_L(t) = L\frac{di(t)}{dt} \approx \left\langle v_g(t)\right\rangle_{\text{Ts}} \quad 7.7$$

$$i_C(t) = C\frac{dv(t)}{dt} \approx -\frac{\left\langle v(t)\right\rangle_{Ts}}{R} \quad 7.8$$

因此,在第一个区间内,电感电流 $i(t)$,电容电压 $v(t)$ 以7.7-7.8公式中的固定斜率变化.当开关转向2时,其等效图如7.8b所示,此时电感电压电容电流方程为:

$$v_L(t) = L\frac{di(t)}{dt} = v(t) \quad 7.9$$

$$i_C(t) = C\frac{dv(t)}{dt} = -i(t) - \frac{v(t)}{R} \quad 7.10$$

同区间1,得到

$$v_L(t) = L\frac{di(t)}{dt} = \left\langle v(t)\right\rangle_{\text{Ts}} \quad 7.11$$

$$i_C(t) = C\frac{dv(t)}{dt} = -i(t) - \frac{\left\langle v(t)\right\rangle_{Ts}}{R} \quad 7.12$$

在第二个子区间, 电感电流 $i(t)$,电容电压 $v(t)$ 以 7.11-7.12 公式中的固定斜率变化.

7.2.1 平均电感波形

图 7.9 描绘了电感电压及电流波形,方程 7.3 可以得到电感的低频平均电压模式,方程 7.7,7.11 分别给出了电感电压在第一二区间的表达式,平均后可得:

仅作技术交流,勿做商业用途!!!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

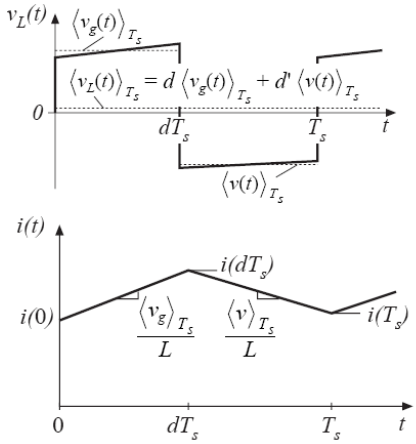


图 7.9 BUCK-BOOST 变换器电压电流波形

$$\langle v_L(t)\rangle_{Ts} = \frac{1}{Ts}\int_{t}^{t+Ts} v_L(\tau)d\tau = d(t)\langle v_g(t)\rangle_{Ts} + d'(t)\langle v(t)\rangle_{Ts} \quad 7.13$$

$d' = 1-d$,方程右边不包含有开关谐波,模型仅为电感电压波形的低频分量部分.将此方程代入 7.2 得到:

$$L\frac{d\langle i(t)\rangle_{Ts}}{dt} = d(t)\langle v_g(t)\rangle_{Ts} + d'(t)\langle v(t)\rangle_{Ts} \quad 7.14$$

此方程描述了电感电流的低频分量随时间变化的关系.

7.2.2 平均近似法讨论

稳态情况下,电感电压为 0,电感电流则周期性的变化,变化时间与开关周期相同. 即在一个开关周期 Ts 内有:$i(t+Ts) = i(t)$.而变换瞬间,则在一个开关周期内电流会有一个净增量的变化,此净增量可以通过电感平均电压来精确预测.推导如下:电感方程为:

$$L\frac{di}{dt} = v_L(t) \quad 7.15$$

稍作变换,并对时间 t 到 t+Ts 积分得:

$$\int_{t}^{t+Ts} di = L\int_{t}^{t+Ts} v_L(\tau)d\tau \quad 7.16$$

方程 7.16 左则即为 $i(t+Ts)-i(t)$,同时方程右侧可以通过 $\langle v_L(t)\rangle_{Ts}$ 及方程 7.3 来表示,对二边同时积分并除以 Ts,可得:

$$i(t+Ts)-i(t) = \frac{1}{L}T_s\langle v_L(t)\rangle_{Ts} \quad 7.17$$

方程 7.17 左侧是电感电流在一个完整开关周期内的净增量(变化量).也即等于开关周期 TS 与

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途，
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

$\langle v_L(t)\rangle_{Ts} / L$ 平均斜率之积. 对方程 7.17 略加变换:

$$L\frac{i(t+Ts)-i(t)}{T_s}=T_s\langle v_L(t)\rangle_{Ts} \qquad 7.18$$

现在对 $\langle i(t)\rangle_{Ts}$ 进行微分:

$$\frac{d\langle i(t)\rangle_{Ts}}{dt}=\frac{d}{dt}(\frac{1}{T}\int_t^{t+Ts} i(\tau)d\tau)=\frac{i(t+Ts)-i(t)}{Ts} \qquad 7.19$$

将 7.19 代入 7.18 得:

$$L\frac{d\langle i(t)\rangle_{Ts}}{dt}=\langle v_L(t)\rangle_{Ts} \qquad 7.20$$

这与方程 7.2 相符.

下面我们来计算,在 BUCK-BOOST 变压器中电感电流是如何在一个周期内变化的.电感电流于图 7.9 所示,假设电感电流处于任意初始状态 $i(0)$.在第一个子区间,由方程 7.7 知,此区间电感电流变换基本上是定值,此子区间最终电流值达到:

$$\underbrace{i(dT_s)}_{\text{最终值}} = \underbrace{i(0)}_{\text{初始值}} + \underbrace{(dT_s)}_{\text{区间长度}} \underbrace{\left(\frac{\langle v_g(t)\rangle_{T_s}}{L}\right)}_{\text{平均斜率}} \qquad 7.21$$

在第二个区间内,电感电流变化关系由方程 7.11 所示,同样,在第二个区间终点处电流值为:

$$\underbrace{i(T_s)}_{\text{最终值}} = \underbrace{i(dT_s)}_{\text{初始值}} + \underbrace{(d'T_s)}_{\text{区间长度}} \underbrace{\left(\frac{\langle v(t)\rangle_{T_s}}{L}\right)}_{\text{平均斜率}} \qquad 7.22$$

将方程 7.21 代入 7.22 得:

$$i(T_s)=i(0)+\frac{T_s}{L}\underbrace{\left(d(t)\langle v_g(t)\rangle_{T_s}+d'(t)\langle v(t)\rangle_{T_s}\right)}_{\langle v_L(t)\rangle_{T_s}} \qquad 7.23$$

方程 7.21,7.23 在图 7.10 中有描绘出来,7.23 表达了最终电感电流 $i(Ts)$ 初始值有关 $i(0)$, 而与中间计算过程 $i(DTs)$ 无关.这个方程可以分解成 7.21/7.22:电感电流最终值等于初始值加上 $\langle v_L(t)\rangle_{Ts} / L$ 平均斜率与区间长度之积.但是注意到区间长度与开关周期 Ts 是一致的,也即开关纹波被消去了.同样,我们可以利用平均斜率可以正确地预计最终电感电流 $i(Ts)$.这很容易验证,将方程 7.23 代入 7.19,就可以得到 7.14 的结果.

仅作上课、学习、商业用途!!!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

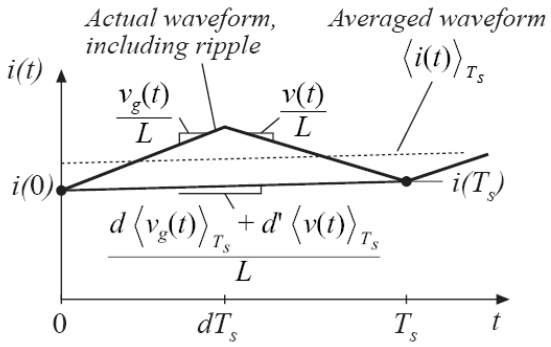


图 7.10 利用平均斜率来预测电感电流在一个周期内的变化.实际是电流波形及其低频分量

7.2.3 平均电容波形

类似的步骤我们可以推导电容的动态方程,电容电压电流波形于图 7.11 所示,平均电容电流可以通过对方程 7.8-7.12 行平均得到:

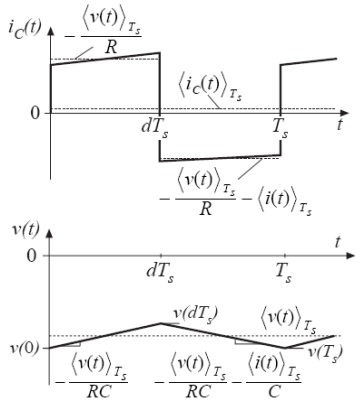


图 7.11 电容电压电流波形

$$\langle i_c(t)\rangle_{Ts} = dt(-\frac{\langle v(t)\rangle_{Ts}}{R}) + d'(t)(-\langle i(t)\rangle_{Ts} - \frac{\langle v(t)\rangle_{Ts}}{R}) \qquad 7.24$$

将方程代入 7.2,合并得:

$$Cdt\frac{\langle v(t)\rangle_{Ts}}{R} = -d'(t)\langle i(t)\rangle_{Ts} - \frac{\langle v(t)\rangle_{Ts}}{R} \qquad 7.25$$

方程 7.25 即基本的电容电压直流及低频交流分量表达式.

7.2.4 平均输入电流

在第三章,我们发现变换器的直流分量进行建模是十分必要的.这样可以将直流端口通过等效直流电路来进行分析.同样的，我们在这里仍采取此种方法:

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途，
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

对于 BUCK-BOOST 变换器,输入电流 $i_g(t)$ 在第一个区间的时候等于电感上的电流 $i(t)$,而在第二个区间内为 0.忽略电流电流纹波并用电流平均值 $\langle i(t)\rangle_{Ts}$ 代替 $i_g(t)$,得到输入电流的表达式为:

$$i_g(t)=\begin{cases}\langle i(t)\rangle_{Ts} & \text{区间1}\\ 0 & \text{区间2}\end{cases} \qquad 7.26$$

其波形如图 7.12 所示,在一个开关周期内对其平均,得到:

$$\langle i_g(t)\rangle_{Ts}=d(t)\langle i(t)\rangle_{Ts} \qquad 7.27$$

方程 7.25 即基本的输入电流直流及低频交流分量表达式.

7.2.5 摄动法(微量扰动法)及线性逼近法

将 BUCK-BOOST 平均方程 7.14,7.25,7.27 整理如下:

$$\begin{aligned} L\frac{d\langle i(t)\rangle_{Ts}}{dt}&=d(t)\langle v_g(t)\rangle_{Ts}+d'(t)\langle v(t)\rangle_{Ts}\\ C\frac{d\langle v(t)\rangle_{Ts}}{dt}&=-d'(t)\langle i(t)\rangle_{Ts}-\frac{\langle v(t)\rangle_{Ts}}{R}\\ \langle i_g(t)\rangle_{Ts}&=dt\langle i(t)\rangle_{Ts}\end{aligned} \qquad 7.28$$

这些方程都是非线性的.因为它们包含时变量的乘积.例如,电容电流与输入控制信号 $d'(t)$,电感电流低频分量 $\langle i(t)\rangle_{Ts}$ 有关.时变信号相乘会产生谐波,而且这是一个非线性过程.绝大多数的交流电路分析方法,如拉普拉斯变换以及其他的频域方法,都不适应分析非线性系统,所以我们必须通过建立其小信号模型对其进行线性化.

假设在某一稳定状态下,$d(t)=0$,稳态输入电压 $v_g(t)=v_g$.由第二章和第三章的稳态分析方法可知,当瞬态过后,电感电流,电容电压,输入电流均达到各自的稳定值:

$$\begin{aligned} V&=-\frac{D}{D'}V_g\\ I&=-\frac{V}{D'R}\\ I_g&=DI\end{aligned} \qquad 7.29$$

方程 7.29 可以通过伏秒平衡电荷平衡得到.同样,可以由 7.28 推导出来,只不过要注意的是,方程中的微分量均为 0.

为了建立在某一静态工作点(I,V)的交流小信号等效模型,假设输入电压 $v_g(t)$ 及占空比 $d(t)$ 等于某一个时刻的输入电压 Vg 及占空比 D,同时加上小交流变化量 $\hat{v}_g(t)$ 和 $\hat{d}(t)$,因此,我们得到:

仅作技术交流,勿做商业用途!!!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

$$\begin{aligned}\left\langle v_g(t)\right\rangle_{Ts} &= V_g + \hat{v}_g(t)\\ d(t) &= D + \hat{d}(t)\end{aligned} \qquad 7.30$$

同样,在输出端,当瞬态稳定后,平均电感电流$\left\langle i(t)\right\rangle_{Ts}$,平均电容电压$\left\langle v(t)\right\rangle_{Ts}$,平均输入电流$\left\langle i_g(t)\right\rangle_{Ts}$波形将等于其各自的静态值$I,V,I_g$并加上微变量$\hat{i}(t),\hat{v}(t),\hat{i}_g(t)$.

$$\begin{aligned}\left\langle i(t)\right\rangle_{Ts} &= I + \hat{i}(t)\\ \left\langle v(t)\right\rangle_{Ts} &= V + \hat{v}(t)\\ \left\langle i_g(t)\right\rangle_{Ts} &= I_g + \hat{v}_g(t)\end{aligned} \qquad 7.31$$

如果交流变化量与直流量相比,很小的话,即:

$$\begin{aligned}\left|\hat{v}_g(t)\right| &<< \left|V_g\right|\\ \left|\hat{d}(t)\right| &<< \left|D\right|\\ \left|\hat{i}(t)\right| &<< \left|I\right|\\ \left|\hat{v}(t)\right| &<< \left|V\right|\\ \left|\hat{i}_g(t)\right| &<< \left|I_g\right|\end{aligned} \qquad 7.32$$

这样方程 7.28 就可以进行线性化分析了,将方程 7.30-7.31 代入方程 7.28.对于电感方程,有:

$$L\frac{d(I+\hat{i}(t))}{dt} = (D+\hat{d}(t))(V_g+\hat{v}_g(t)) + (D-\hat{d}(t))(V+\hat{v}(t)) \qquad 7.33$$

注意占空比为:

$$d'(t) = \{1-d(t)\} = 1-\left\{D+\hat{d}(t)\right\} = D'-\hat{d}(t) \qquad 7.34$$

$D'=1-D$,负号的出现,表明 D 的增加会导致 D'的减少.

对 7.33 进行积分得到:

$$L\left(\frac{dI}{dt}^{0} + \frac{d\hat{i}(t)}{dt}\right) = \underbrace{\left(DV_g + D'V\right)}_{\text{DC 直流分量}} + \underbrace{\left(D\hat{v}_g(t) + D'\hat{v}(t) + \left(V_g - V\right)\hat{d}(t)\right)}_{\text{一阶交流分量(线性)}} + \underbrace{\hat{d}(t)\left(\hat{v}_g(t) - \hat{v}(t)\right)}_{\text{二阶交流分量(非线性)}} \qquad 7.35$$

因为 I 是常量,故 I 的微分为 0.为了推导小信号模型,直流分量可以认为是常量.方程 7.35 右边有三项:

1. 直流分量:仅仅是直流量

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

2. 一阶交流分量:这些量包括单个交流量,通常乘以一个系数,如直流分量.这些量是交流变化量的线性函数
3. 二阶交流分量:这些量包含交流分量的乘积,因此它们是非线性的,因为他们包含有时变信号的乘积.

我们想去掉这些非线性交流分量.如果小信号条件假设满足,即方程 7.32 条件满足,

$\hat{d}(t)\hat{v}_g(t) << D\hat{v}_g(t), \left|\hat{d}(t)\right| << D$,那么我们可以忽略二阶分量,同样,利用 7.29 式,方程右侧的直流分量等于左侧的直流分量或是 0.

至此,我们留下了一阶交流分量在方程的二侧,同时移去直流分量,因此:

$$L\frac{di(t)}{dt} = D\hat{v}_g(t) + D'\hat{v}(t) + (V_g - V)\hat{d}(t) \qquad 7.36$$

这即是我们想要的结果:用来描述电感电流变化的小信号线性化方程.

同样的方法,我们可以得到电容电压的线性化小信号模型.将方程 7.30/7.31 代入 7.28 得到:

$$C\frac{d(V+\hat{v}(t))}{dt} = -(D'-\hat{d}(t))(I+\hat{i}(t)) - \frac{(V+\hat{v}(t))}{R} \qquad 7.27$$

整理得:

$$C\left(\cancel{\frac{dV}{dt}}^{0} + \frac{d\hat{v}(t)}{dt}\right) = \underbrace{\left(-D'I - \frac{V}{R}\right)}_{\text{直流分量}} + \underbrace{\left(-D'\hat{i}(t) - \frac{\hat{v}(t)}{R} + I\hat{d}(t)\right)}_{\text{一阶交流分量}} + \underbrace{\hat{d}(t)\hat{i}(t)}_{\text{二阶交流分量}} \qquad 7.38$$

忽略二阶交流分量,注意到直流分量二侧相等,我们可以得到一阶的线性化方程,消去直流分量得到:

$$C\frac{d\hat{v}(t)}{dt} = -D'\hat{i}(t) - \frac{\hat{v}(t)}{R} + I\hat{d}(t) \qquad 7.39$$

这即是理想的电容电压变化小信号线性等效方程.

最后,我们来推导平均输入电流的线性化方程.

将方程 7.30-7.31 代入 7.28 得到:

$$I_g + \hat{i}_g(t) = (D+\hat{d}(t))(I+\hat{i}(t)) \qquad 7.40$$

扰动得到的方程如上:

整理得:

$$\underbrace{I_g}_{\text{直流分量}} + \underbrace{\hat{i}_g(t)}_{\text{一阶交流分量}} = \underbrace{(DI)}_{\text{直流分量}} + \underbrace{\left(D\hat{i}(t) + I\hat{d}(t)\right)}_{\text{一阶交流分量(线性)}} + \underbrace{\hat{d}(t)\hat{i}(t)}_{\text{二阶交流分量(非线性)}} \qquad 7.41$$

同样忽略二阶交流分量,同时消去直流分量,留下了只剩一阶交流分量:

$$\hat{i}_g(t) = D\hat{i}(t) + I\hat{d}t \qquad 7.42$$

此即为包括直流分量及低频交流分量的输入电流线性化小信号方程.

总而言之,非线性平均方程可以在某一静态工作点来获得,变换器独立的输入量,可以表达为直流量加上微小变化交流量.作为响应, 变换器的平均波形假设具有相同的形式.将方程 7.30/7.31 代入变换器的非线性方程,我们可以得到直流分量,一阶交流线性分量,二阶非线性

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

分量等.如果交流分量幅值是足够小,而且非线性分量与线性交流分量相比足够小,那我们可以忽略非线性分量.这留下来的线性化交流分量即组成了小信号交流等效模型.

7.2.6 小信号交流等效电路的构建

方程 7.36/7.39/7.42 是描述理想 BUCK-BOOST 变换器的交流小信号方程:

$$L\frac{d\hat{i}(t)}{dt} = D\hat{v}_g(t) + D'\hat{v}(t) + (V_g - V)\hat{d}(t)$$

$$C\frac{d\hat{v}(t)}{dt} = D'\hat{i}(t) - \frac{\hat{v}(t)}{R} + I\hat{d}(t) \qquad 7.43$$

$$\hat{i}_g(t) = D\hat{i}(t) + I\hat{d}(t)$$

在第三章.我们整理了变换器的平均直流模型,重新构建了变换器的直流等效电路.类似的,我们可以采用相同的方法,建构平均小信号交流模型.

电感方程 7.43/7.36.描述了包含有电感环路中的电压.诚然.方程是通过环路分析,然后再平均,再加入微小扰动,然后再线性化.因此,这方程代表了小信号模型(包含电感)的环路电压.环路电流是小信号交流电感电流 $\hat{i}(t)$.如图 7.13 所示.$Ld\hat{i}(t)/dt$ 代表了在小信号模型中电感 L 上的电压.该电压等于三个其他电压之和, $D\hat{v}_g(t)$ 和 $D'\hat{v}(t)$ 在图中作为二个独立的电压源.这些分量将包含在理想的变压器模型内.另一个 $(V_g - V)\hat{d}(t)$ 则是由控制信号 $\hat{d}(t)$ 决定的,它在图中以一个独立的电源表示.

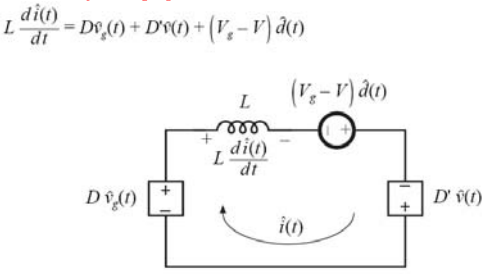


图 7.13 交流小信号电感环路方程等效电路

电容方程 7.43/7.39 描述了电流流入一个电容节点内.此方程通过节点分析电容电流,然后再平均,再加入微小扰动,然后再线性化.因此,这个方程描述了电流流入小信号模型中电容节点的情况.如图 7.14 所示, $Cd\hat{v}(t)/dt$ 反映了电流流过小信号模型中电容的情况,电容电压是 $\hat{v}(t)$.根据这个方程,电流为其他三个分量之和:一个是 $-D'\hat{i}(t)$ 在图中表示为一独立的电流源,此电流源最终会包含在理想变压器中.另一个分量 $-\hat{v}(t)/R$ 是代表了在小信号模型中,电流注入负载电阻中的情况.负载电阻与电容并联,所以横跨在负载电阻上的电压为

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

$\hat{v}(t)$. $I\hat{d}(t)$ 是由 $\hat{d}(t)$ 控制的量,作为一个独立的源体现在图中.

$$C\frac{d\hat{v}(t)}{dt} = -D'\hat{i}(t) - \frac{\hat{v}(t)}{R} + I\hat{d}(t)$$

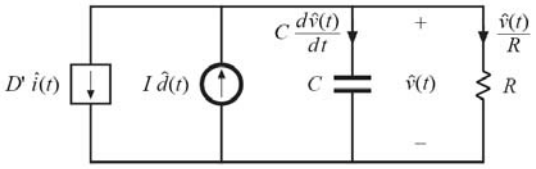


图 7.14 小信号交流电容节点方程等效电路图

最终,输入电流方程 7.43,7.42 描述了变换器从输入电源 $\hat{v}_g(t)$ 吸取电流 $\hat{i}_g(t)$. 由 7.15 及节点电流方程可知,此电流分成了二个支路.第一条支路对应 $D\hat{i}(t)$ 项,它是独立于交流电感电流 $\hat{i}(t)$,因此,我们用一个独立的电流源来描述:这个电流源最终会整合到理论的变压器中去.第二条支路对应于 $I\hat{d}(t)$ 项,它受控制量 $\hat{d}(t)$ 影响,所以图中用一个非独立的受控源表示.

$$\hat{i}_g(t) = D\hat{i}(t) + I\hat{d}(t)$$

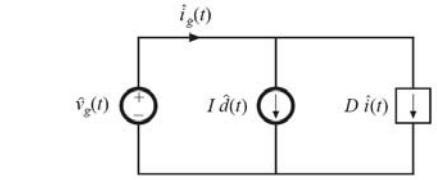
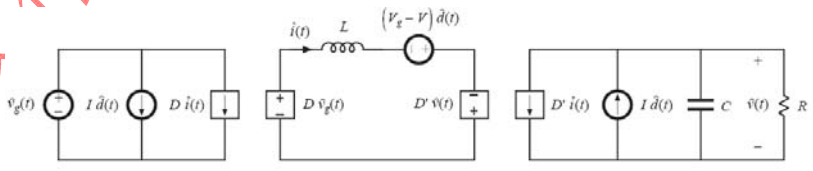


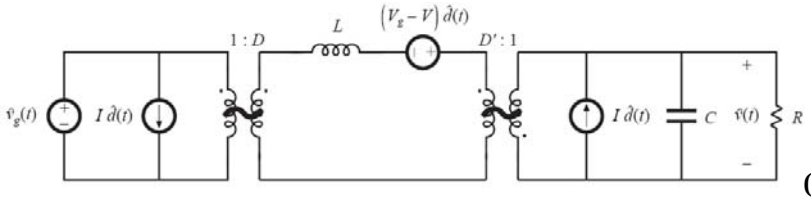
图 7.15 方程 7.42 7.43 所示的输入电流源交流小信号等效电路图

图 7.13/14/15 组合起来形成图 7.16a.由第三章的讨论可知,独立的源可以整合到理想变压器中,如图 7.16b 所示.变压器上正弦曲线表示变压器是理想的,而且是平均小信号交流模型的一部分.因此,CCM DC-DC 变换器的有效直流变压器特性也会同样会影响到小信号交流变化.

对于图 7.16b 所示的电路,我们可以采用传统的线性电路分析方法来分析.从而找出变换器的传递函数,输入输出阻抗等等.这些将在下一节中详细叙述.同时,该模型可以进一步优化,如加入损耗及其他非理想特性,7.2.9 节中会结合实例说明.



(a)



(b)

图 7.16 BUCK-BOOST 变换器小信号等效电路 (a)图 7.13/14/15 的组合 (b)将独立源纳

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

入理想变压器后的等效图

7.2.7 扰动法及线性化步骤

假设平均电流或电流包括固定的直流分量并直流分量附近有小信号交流分量变化,7.2.5 节中的线性化过程是通过忽略非线性化分量从而得到小信号交流变化量.通常,通过将非线性关系通过泰勒级数展开,忽略高阶分量,保留常量及线性分量.如:7.28 所示的电感电流大信号平均方程可以写为:

$$L\frac{d\langle i(t)\rangle_{Ts}}{dt}=d(t)\langle v_g(t)\rangle_{Ts}+d'(t)\langle v(t)\rangle_{Ts}=f_1\left(\langle v_g(t)\rangle_{Ts},\langle v(t)\rangle_{Ts},d(t)\right) \quad 7.44$$

我们将其展开会一三阶泰勒级数,其中静态工作点为 (V_g,V,D):

$$L(\frac{dI}{dt}+\frac{d\hat{i}(t)}{dt})=f_1(V_g,V,D)+\hat{v}_g(t)\frac{\partial f_1(v_g,V,D)}{\partial v_g}\Big|_{v_g=V_g}$$
$$+\hat{v}(t)\frac{\partial f_1(v_g,V,D)}{\partial v}\Big|_{v=V}+\hat{d}(t)\frac{\partial f_1(v_g,V,d)}{\partial d}\Big|_{d=D} \quad 7.45$$
$$+\text{高阶非线性分量}$$

注意:尖括号表示是从上述方程得到的平均值,同时 I 的微分为 0,因数 I 是直流分量,从而:

$$0=f_1(V_g,V,D) \quad 7.46$$

即为电感伏秒平衡方程,则方程 7.25 右侧的线性项系数如下:

$$\frac{\partial f_1(v_g,V,D)}{\partial v_g}\Big|_{v_g=V_g}=D$$
$$\frac{\partial f_1(v_g,V,D)}{\partial v}\Big|_{v=V}=D' \quad 7.47/48/49$$
$$\frac{\partial f_1(v_g,V,d)}{\partial d}\Big|_{d=D}=V_g-V$$

忽略高阶非线性分量,进一步可以得到

$$L\frac{d\hat{i}(t)}{dt}=D\hat{v}_g(t)+D'\hat{v}(t)+(V_g-V)\hat{d}(t) \quad 7.50$$

方程 7.50 与 7.2.5 节中的方程 7.36 一致.
综上所述.线性化过程总是可以通过泰勒级数展开来完成.

7.2.8 变换器的一些基本结论

图 7.17 总结了 CCM 模式下 BUCK BOOST BUCK-BOOST 变换器的等效电路模型.BUCK/BOOST 变换器模型包含了理想变压器,它的匝比即是变换器的变

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途，
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

比.BUCK-BOOST 变换器包括的理想变压器具有 BUCK/BOOST 变比功能,这与 6.1.2 所描述的 BUCK-BOOST 是 BUCK 与 BOOST 的级连的推导相符合.所有这些模型都可以用来求出变换器的传递函数,输入输出阻抗,电感电流变化等.通过插入合适的变比,7.17 所示的模型同样适合于变压器隔离的情况,如正激,反激,以及其他变换器等.

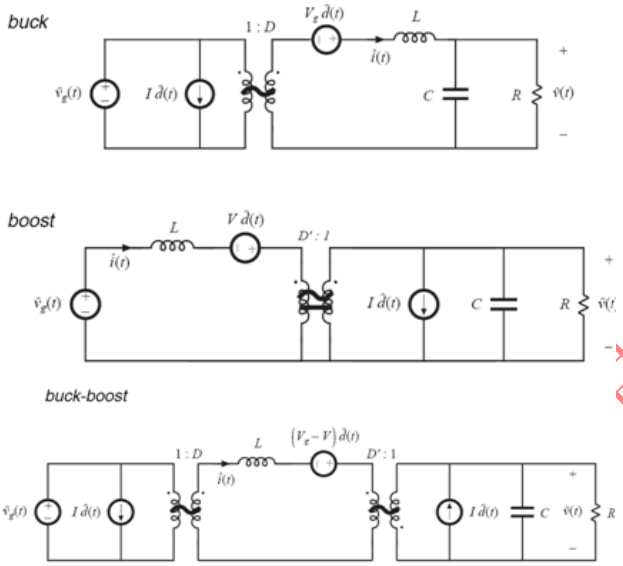


图 7.17 连续模式下一些基本变换器的交流小信号模型

7.2.9 实例:非理想反激变换器

为了验证上述章节小信号建模的有效性,本节将推导包含隔离变压器及阻抗损耗的小信号交流等效电路.图 7.18 即为隔离反激变换器.此反激变换器中原边绕组电感量为 L,匝比为 1:N,MOSFET Q1 具有导通阻抗 *Ron*,其他损耗如变压器漏感及开关损耗都忽略.

从类似于 6.3.4 章节所示的直流分量开始,反激变换器用一个具有与理想变压器并联的电感 L 来等效.如图 7.19a 所示.

区间一:当 MOSFET Q1 开通,二极管反向截止 D1 关断,电路等效成 7.19b,电感电压方程,电容电流议程,变换器输入电流为:

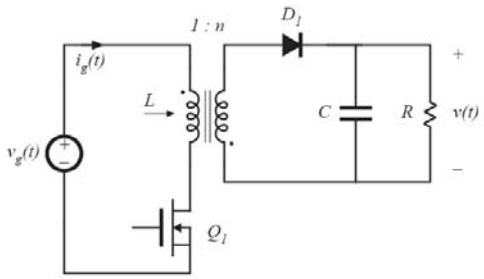
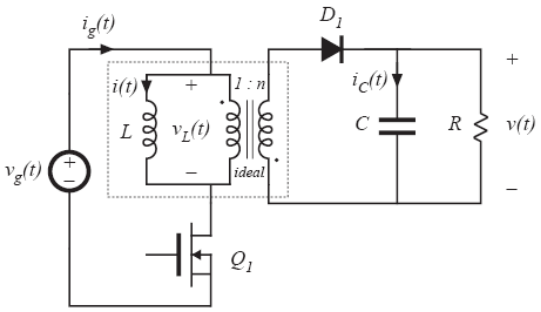


图 7.18 反激变换器实例

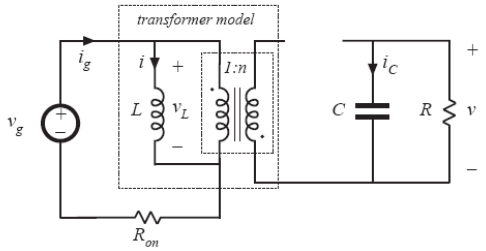
仅作技术交流，勿做它途!!!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途，
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com



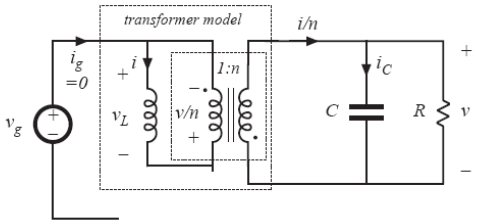
(a)

Subinterval 1



(b)

Subinterval 2



(c)

图 7.19 反激变换器实例 a 包括变压器的等效电路 b 区间 1 的等效电路 c 区间 2 的等效电路

此时电感电压 $v_L(t)$,电容电流 $i_C(t)$,变换器输入电流 $i_g(t)$ 为:

$$\begin{aligned} v_L(t) &= v_g(t) - i(t)R_{on} \\ i_C(t) &= -\frac{v(t)}{R} \\ i_g(t) &= i(t) \end{aligned} \qquad 7.51$$

接下来采用小纹波近似法,由方程 7.3 将电压电流用其平均值代替,得:

$$\begin{aligned} v_L(t) &= \langle v_g(t) \rangle_{Ts} - \langle i(t) \rangle_{Ts} R_{on} \\ i_C(t) &= -\frac{\langle v(t) \rangle_{Ts}}{R} \\ i_g(t) &= \langle i(t) \rangle_{Ts} \end{aligned} \qquad 7.52$$

区间二: 当 MOSFET Q1 关断时,二极管 D1 导通,电路图如 7.19c 所示.同样可以得到电感电

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途，
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

压,电容电流及输入电流方程:

$$\begin{aligned} v_L(t) &= -\frac{v(t)}{n} \\ i_C(t) &= \frac{i(t)}{n} - \frac{v(t)}{R} \\ i_g(t) &= 0 \end{aligned} \qquad 7.53$$

同样地,小纹波近似法可得:

$$\begin{aligned} v_L(t) &= -\frac{\langle v(t)\rangle_{Ts}}{n} \\ i_C(t) &= \frac{\langle i(t)\rangle_{Ts}}{n} - \frac{\langle v(t)\rangle_{Ts}}{R} \\ i_g(t) &= 0 \end{aligned} \qquad 7.54$$

图 7.20 给出了电感电压及电流波形,电感平均电压可以通过图 7.20a 所示的波形在一个周期内平均得到.结果为:

$$\langle v_L(t)\rangle_{Ts} = d(t)\left(\langle v_g(t)\rangle_{Ts} - \langle i(t)\rangle_{Ts} R_{on}\right) + d'(t)\left(-\frac{\langle v(t)\rangle_{Ts}}{n}\right) \qquad 7.55$$

将上方程代入 7.20,得到平均电感方程为:

$$L\frac{d\langle i(t)\rangle_{Ts}}{dt} = d(t)\left(\langle v_g(t)\rangle_{Ts} - \langle i(t)\rangle_{Ts} R_{on}\right) + d'(t)\left(-\frac{\langle v(t)\rangle_{Ts}}{n}\right) \qquad 7.56$$

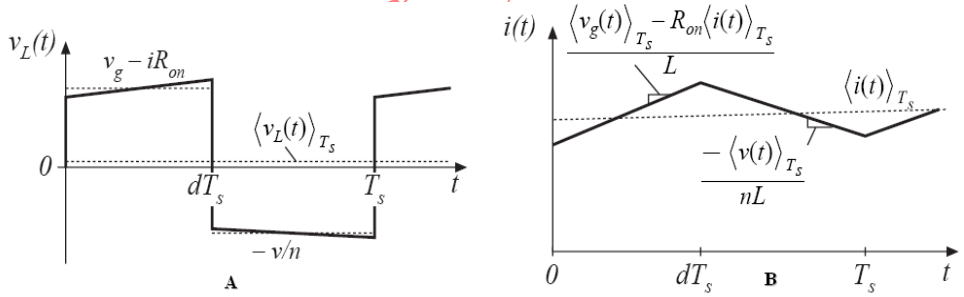


图 7.20 反激变换器电感波形 A 电感电压波形 B 电感电流波形

同理:电容波形如图 7.21 所示,平均电容电流为:

$$\langle i_C(t)\rangle_{Ts} = d(t)\left(\frac{\langle v_g(t)\rangle_{Ts}}{R}\right) + d'(t)\left(\frac{\langle i(t)\rangle_{Ts}}{n} - \frac{\langle v(t)\rangle_{Ts}}{n}\right) \qquad 7.57$$

可得平均电容电流方程:

$$C\frac{d\langle v(t)\rangle_{Ts}}{dt} = d'(t)\left(\frac{\langle i(t)\rangle_{Ts}}{n} - \frac{\langle v(t)\rangle_{Ts}}{n}\right) \qquad 7.57$$

仅供学习 勿做商业用途!!!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

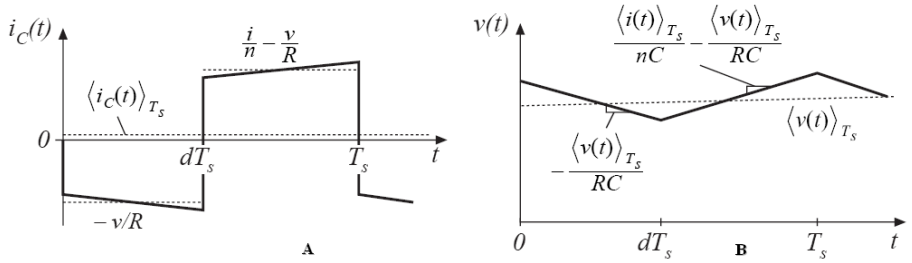


图 7.21 反激变换器电容波形 A 电容电流波形 B 电容电压波形

变换器输入电流 $i_g(t)$ 如图 7.22 所示,其平均值为:

$$\left\langle i_g(t)\right\rangle_{Ts} = d(t)\langle i(t)\rangle_{Ts} \qquad 7.59$$

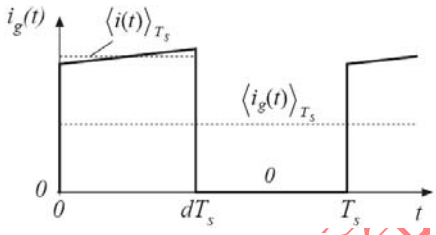


图 7.22 反激变换器输入电流波形

综上可以得到变换器平均方程如下:

$$\begin{aligned}
L\frac{d\langle i(t)\rangle_{Ts}}{dt} &= d(t)\left(\left\langle v_g(t)\right\rangle_{Ts} - \langle i(t)\rangle_{Ts}R_{on}\right) + d'(t)\left(-\frac{\langle v(t)\rangle_{Ts}}{n}\right)\\
C\frac{d\langle v(t)\rangle_{Ts}}{dt} &= d'(t)\frac{\langle i(t)\rangle_{Ts}}{n} - \frac{\langle v(t)\rangle_{Ts}}{n} \qquad 7.60\\
\left\langle i_g(t)\right\rangle_{Ts} &= d(t)\langle i(t)\rangle_{Ts}
\end{aligned}$$

这是一组非线性差分方程,因此下一步必须通过扰动法及线性化法来解方程,并将其转化为小信号交流方程.假设变换器输入电压 $v_g(t)$ 及占空比 $d(t)$ 可以写成静态量加上小信号交流量:

$$\begin{aligned}
\left\langle v_g(t)\right\rangle_{Ts} &= V_g + \hat{v}_g(t)\\
d(t) &= D + \hat{d}(t)
\end{aligned} \qquad 7.61$$

此信号加在变换器上,当瞬态过程结束后,变换器平均波形也可以表达成静态值与交流小信号值之和,即:

$$\begin{aligned}
\langle i(t)\rangle_{Ts} &= I + \hat{i}(t)\\
\langle v(t)\rangle_{Ts} &= V + \hat{v}(t) \qquad 7.62\\
\left\langle i_g(t)\right\rangle_{Ts} &= I_g + \hat{i}_g(t)
\end{aligned}$$

从而可以得到大信号平均电感方程如下:

仅作技术交流勿做商业用途!!!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途，
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

$$L\frac{d(I+\hat{i}(t))}{dt}=(D+\hat{d}(t))(V_g+\hat{v}_g(t))-(D-d'(t))\frac{(V+\hat{v}(t))}{n} \qquad 7.63$$
$$-(D+\hat{d}(t))(I+\hat{i}(t))R_{on}$$

对上式分析整理可得:

$$L\left(\cancel{\frac{dI}{dt}}^{0}+\frac{d\hat{i}(t)}{dt}\right)=\underbrace{\left(DV_g-D'\frac{V}{n}-DR_{on}I\right)}_{Dc\ terms}+\underbrace{\left(D\hat{v}_g(t)-D'\frac{\hat{v}(t)}{n}+\left(V_g+\frac{V}{n}-IR_{on}\right)\hat{d}(t)-DR_{on}\hat{i}(t)\right)}_{1^{st}\ order\ ac\ terms\ (linear)}$$
$$+\underbrace{\left(\hat{d}(t)\hat{v}_g(t)+\hat{d}(t)\frac{\hat{v}(t)}{n}-\hat{d}(t)\hat{i}(t)R_{on}\right)}_{2^{nd}\ order\ ac\ terms\ (nonlinear)} \qquad 7.64$$

同样的,上面的式子右边有三个不同的项,直流分量不包含时变量,一阶分量是包含交流分量的线性函数,而二阶分量则是交流变化量的乘积.如果方程 7.32 所假设的小信号条件都满足,我们可以忽略二阶等其他高阶分量.直流分量必须满足:

$$0=DV_g-D'\frac{V}{n}-DR_{on}I \qquad 7.65$$

7.65 式也可以通过稳态下的伏秒平衡推导出来,一阶分量必须满足:

$$L\frac{d\hat{i}(t)}{dt}=D\hat{v}_g(t)-D'\frac{\hat{v}(t)}{n}+(V_g+\frac{V}{n}-IR_{on})\hat{d}(t)-DR_{on}\hat{i}(t) \qquad 7.66$$

这即是用来描述输入电感电流交流变化量的线性化方程.
将方程 7.61/62 代入方程 7.60,可以得到:

$$C\frac{d(V+\hat{v}(t))}{dt}=(D'-\hat{d}(t))\frac{I+\hat{i}(t)}{n}-\frac{V+\hat{v}(t)}{R} \qquad 7.67$$

进一步整理可以得:

$$C\left(\cancel{\frac{dV}{dt}}^{0}+\frac{d\hat{v}(t)}{dt}\right)=\underbrace{\left(\frac{D'I}{n}-\frac{V}{R}\right)}_{Dc\ terms}+\underbrace{\left(\frac{D'\hat{i}(t)}{n}-\frac{\hat{v}(t)}{R}-\frac{I\hat{d}(t)}{n}\right)}_{1^{st}\ order\ ac\ terms\ (linear)}-\underbrace{\frac{\hat{d}(t)\hat{i}(t)}{n}}_{2^{nd}\ order\ ac\ term\ (nonlinear)} \qquad 7.68$$

忽略二阶分量,及考虑到直流分量为 0,可以得到:

$$0=(\frac{D'I}{n}-\frac{V}{R}) \qquad 7.69$$

上式也可以通过电容电荷平衡得到,从而可以得到电容交流小信号方程:

$$C\frac{d\hat{v}(t)}{dt}=\frac{D'\hat{i}(t)}{n}-\frac{\hat{v}(t)}{R}-\frac{I\hat{d}(t)}{n} \qquad 7.70$$

将方程 7.61/62 代入方程 7.60,可以得到:

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途，
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

$$I_g + \hat{i}_g(t) = (D + \hat{d}(t))(I + \hat{i}(t)) \qquad 7.71$$

整理得到:

$$\underbrace{I_g}_{Dc\ term} + \underbrace{\hat{i}_g(t)}_{1^{st}\ order\ ac\ term} = \underbrace{(DI)}_{Dc\ term} + \underbrace{\left(D\hat{i}(t) + I\hat{d}(t)\right)}_{1^{st}\ order\ ac\ terms\ (linear)} + \underbrace{\hat{d}(t)\hat{i}(t)}_{2^{nd}\ order\ ac\ term\ (nonlinear)} \qquad 7.72$$

直流分量有:

$$I_g = DI \qquad 7.73$$

忽略方程 7.72 中的二阶非线性分量,得到如下的线性化交流方程:

$$\hat{i}_g(t) = D\hat{i}(t) + I\hat{d}(t) \qquad 7.74$$

此即为变换器输入电流交流低频模型.

重新将静态工作点议程整理如下:

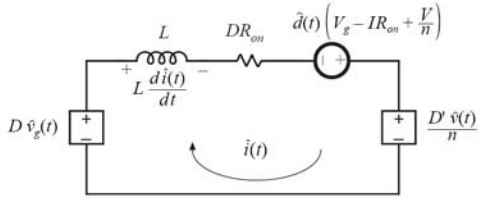
$$\begin{aligned} 0 &= DV_g - D'\frac{V}{n} - DR_{on}I \\ 0 &= \left(\frac{D'I}{n} - \frac{V}{R}\right) \\ I_g &= DI \end{aligned} \qquad 7.75$$

对于给定的静态输入电压 v_g 及占空比 D,通过此方程可以得到系统静态工作点时候的输出电压 V 及电感电流 I,输入电流 I_g.将这些代入小信号交流等效方程.因此,综合方程 7.66,7.70,7.74,可以得到小信号交流方程如下:

$$\begin{aligned} L\frac{d\hat{i}(t)}{dt} &= D\hat{v}_g(t) - D'\frac{\hat{v}(t)}{n} + \left(V_g + \frac{V}{n} - IR_{on}\right)\hat{d}(t) - DR_{on}\hat{i}(t) \\ C\frac{d\hat{v}(t)}{dt} &= \frac{D'\hat{i}(t)}{n} - \frac{\hat{v}(t)}{R} - \frac{I\hat{d}(t)}{n} \\ \hat{i}_g(t) &= D\hat{i}(t) + I\hat{d}(t) \end{aligned} \qquad 7.76$$

至此,我们只离最终结果还有一步之遥,即通过此方程来构建等效电路.

$$L\frac{d\hat{i}(t)}{dt} = D\hat{v}_g(t) - D'\frac{\hat{v}(t)}{n} + \left(V_g + \frac{V}{n} - IR_{on}\right)\hat{d}(t) - DR_{on}\hat{i}(t)$$



仅作技术交流,勿做商业用途!!!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

图 7.23 电感回路方程小信号交流等效电路

为了得到不区间内的电感电压,可以通过电感回路方程来推导.将这些方程平均化,加入扰动,然后再线性化.得到方程 7.66.此方程即描述了包含电感环路的小信号交流等效电压,环路电流即为交流电感电流 $\hat{i}(t)$.分量 $L\hat{i}(t)/dt$ 是电感二端的低频交流电压,方程右边四项是此回路其他元件上的电压.项 $D\hat{v}_g(t)$ 及 $-D\hat{v}(t)/n$ 为受控电压源.因此在变换器可以作为一个受控的电压源存在,如图 7.23 所示.第三项是由占空 $\hat{d}(t)$ 控制的独立量,因此是一个独立电压源.第四项, $-DR_{on}\hat{i}(t)$ 是一个与回路电流 $\hat{i}(t)$ 成正的电压量,它符合欧姆定律.在图 7.23 中以等效电阻 DR_{on} 表示.也就是说,变换器中 MOSFET 的导通阻抗在小信号传递函数中可以通过 DR_{on} 这个等效电阻来建模表达.

电容的小信号方程 7.70 的等效图如 7.24 所示.此电路包一个电流节点方程,可以看到,电容电流 $Cd\hat{v}(t)/dt$ 可以等效成三个其他不同的电流分量: $D'\hat{i}(t)/n$ 是一个受电流控制的分量,所以在图中以受控电流源表示,而 $-\hat{v}(t)/R$ 是负载电流的交流分量,在图中以一个与电容并联的负载电阻 R 表示.而与占空比变化量 $\hat{d}(t)$ 有关的分量则是一个非独立的受控电流源.

$$C\frac{d\hat{v}(t)}{dt}=\frac{D'\hat{i}(t)}{n}-\frac{\hat{v}(t)}{R}-\frac{I\hat{d}(t)}{n}$$

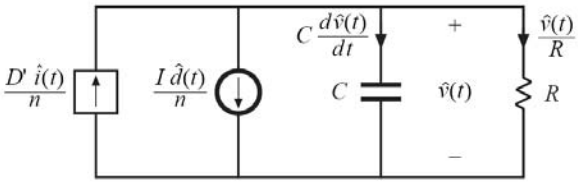


图 7.24 电容节点方程小信号交流等效电路

方程 7.74,也即输入端方程,同样也构成一节点方程.它描述了变换器从输入电压源 $v_g(t)$ 汲取的电流 $\hat{i}_g(t)$.它有二个分量,一个是与电感交流变化量有关,即 $D\hat{i}(t)$.它是一个受控源,另一个 $i\hat{d}(t)$ 是由控制量(占空比)的变化量决定,它是一个独立源,图 7.25 即为交流小信号输入电流节点方程等效电路:

仅作学习用途!!!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

$$\hat{i}_g(t) = D\hat{i}(t) + I\hat{d}(t)$$

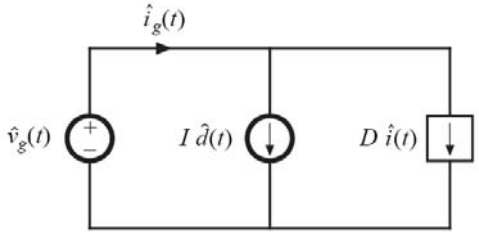


图 7.25 输入电流节点方程小信号等效电路

图 7.23 7.24 7.25 可以组合成 7.26,独立源可以通过理想变压器代替,从而进一步得到图 7.27.这即为我们想要得到的结果:通过对变换器中波形的低频小信号变化的建模,我们得到了变换器的等效电路.这样的话,我们可以就可能用常规的分析线性电路的一些分析方法来求解此电路.如求变换器的传递函数,输出阻抗,以及其他一些我们感兴趣的量.

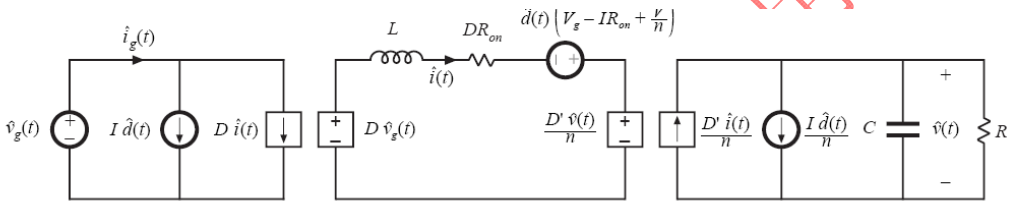


图 7.26 图 7.23 24 25 的组合

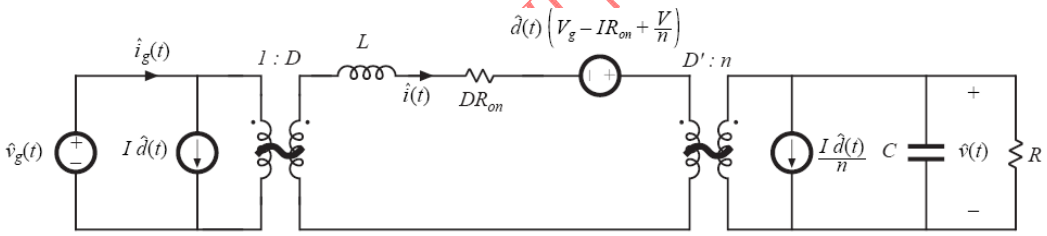


图 7.27 将独立源用理想变压器取代后的反激变换器小信号交流模型

7.3 状态空间平均法

在本书中,提及到了大量的交流建模方法,如电流注入法,电路平均法,状态空间平均法等.虽然不同的建模方法在最终结果的表达形式上略有不同,但最终的结果所有方法都是基本上等效的.任何人都不会否认平均法及小信号线性法是 PWM 变换器建模的关键步骤.

本节论述了状态平均建模法.动态系统的状态空间描述是现代控制理论的一个主要方法.它利用状态空间描述来推导 PWM 开关变换器的小信号平均方程.状态空间平均法与 7.2 节的推导程序一致,实际上,7.2 节即为状态平均法的总和.只不过没有用矩阵形式来表达方程.状态空间方程步骤的一个好处是它的结果具有普遍性:如果:如果变换器的状态方程可以写出来,那么其小信号平均模型总可以得到.

7.3.1 节综述了如何写出一个网络端口的状态方程.7.3.2 节描述了状态空间平均法的一些基本的结果,7.3.3 对其进行了简单的推导.7.3.4 则通过一个具体的 BUCK-BOOST 实例,来讲解如何用状态平均法推导静态直流工作点及小信号交流方程.

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

7.3.1 网络端口状态方程

对于用微分方程描述的系统,状态空间是其标准的表达形式.对于线性网络,状态变量是系统非独立输入及状态变量本身的组合.物理意义上的状态变量通常与能量储能有关.对于一个典型的变换器电路,物理上的状态变量指的是非独立的电感电流及电容电压.其他的典型状态变量包括电机的位置及速度.在每一特定的时刻,这些状态变量的值依赖于系统前一个时刻的值,而不是系统当时的输入所得到的值.为了求解系统的微分方程,我们必须给定状态变量的初始值.也即是说,系统所有状态变量的值,在一个给定的初始时间 ***T0***,如果我们再知道系统的输入,那么原则上,我们可以求解系统状态方程并可以得到系统将来任一时刻的波形.
系统的状态方程可以写成如下矩阵形式:

$$K\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Eu(t) \qquad 7.77$$

因此,向量 ***x(t)*** 是包含所有状态变量的向量,如:电感电流,电容电压等等.输入向量 ***u(t)*** 包含了系统的独立输入,如输入电压源等.对向量的微分等价于对向量里每个元素的微分:

$$x(t) = \begin{vmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \end{vmatrix} \qquad \frac{dx(t)}{dt} = \begin{vmatrix} \frac{dx_1(t)}{dt} \\ \frac{dx_2(t)}{dt} \\ \vdots \end{vmatrix} \qquad 7.78$$

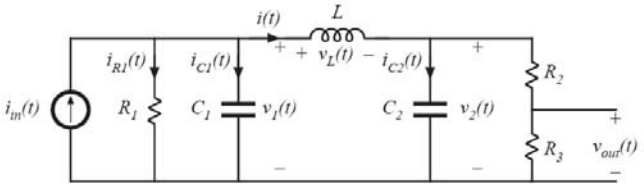
在方程 7.77 所示的标准形式中,***K*** 是一个包括了电容,电感,互感(如果存在)的矩阵.因此 ***Kdx(t)/dt*** 是一个包括电感绕组电压,电容电流的向量.在其他物理系统中,***K*** 有可能是包括其他量的一个向量,如惯性或质量.从方程 7.77 可以看出,系统的电感电压和电容电流可以表达为系统状态变量与系统输入量的线性组合,矩阵 ***A,B*** 即为比例常数.

这样也可以理想地计算其他点的波形,但是这些波形与状态向量 ***X*** 或输入向量 ***u*** 中的变量不一致.通常地,他是其他的一些信号,如这些波形能够表示成为状态向量及输出向量的线性组合.***Y*** 通常叫做输出向量.我们可以随意地将任何非独立的信号加在这个向量中,而不需要去管此信号有没有物理意义上的输出.变换器输入电流 经常作为输出向量 ***Y*** 的一个分量,在状态方程 7.77 中,***Y*** 的分量可以表示为 ***X*** 与 ***u*** 分量的线性组合.矩阵 ***C/E*** 是包含比例常数的矩阵.

举例说明,我们重写电路状态方程,此电路包含二个电容一个电感,因此此电路的物理状态变量是独立的电容电压 $v_1(t), v_2(t)$ 及电感电流 $i(t)$,所以得到如下状态矩阵:

State vector

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ i(t) \end{bmatrix}$$



7.79

因为没有耦合电感,因此矩阵 ***K*** 是一个对角矩阵.即:

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

$$K=\begin{vmatrix} C_1 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & L \end{vmatrix} \qquad 7.80$$

电路有一独立输入电流源 $i_{in}(t)$,因此定义输入向量矩阵:

$$u(t)=\left|i_{in}(t)\right| \qquad 7.81$$

因为可以将任何非独立的信号放在输出向量 $\boldsymbol{y}$ 中.假设我们对输出电压 $v_{out}(t)$ 及电流 $i_{R1}(t)$ 感兴趣,我们可以定义输出矩阵:

$$y(t)=\begin{vmatrix} v_{out}(t) \\ i_{R1}(t) \end{vmatrix} \qquad 7.82$$

为了得到 7.77 式所表示的标准形式,我们需要将电容电流电感电压表达为 $\boldsymbol{X}$ 及 $\boldsymbol{u}$ 的线性组合.也即是 $v_1(t), v_2(t), i(t), i_{in}(t)$ 的线性组合.

由节点方程可以得到电容 C1 的电流:

$$i_{C1}(t)=C_1\frac{dv_1(t)}{dt}=i_{in}(t)-\frac{v_1(t)}{R_1}-i(t) \qquad 7.83$$

同样 C2 的电流:

$$i_{C2}(t)=C_2\frac{dv_2(t)}{dt}=i(t)-\frac{v_1(t)}{R_2+R_3} \qquad 7.84$$

电感电压:

$$\because v_L(t)=L\frac{di(t)}{dt}=v_1(t)-v_2(t) \qquad 7.85$$

重新写如上三式如下:

$$i_{C1}(t)=C_1\frac{dv_1(t)}{dt}=i_{in}(t)-\frac{v_1(t)}{R_1}-i(t)$$

$$i_{C2}(t)=C_2\frac{dv_2(t)}{dt}=i(t)-\frac{v_1(t)}{R_2+R_3}$$

$$v_L(t)=L\frac{di(t)}{dt}=v_1(t)-v_2(t)$$

整理成矩阵形式,并化简成为 7.77 所示的标准形式如下:

仅作技术交流,勿做商业用途!!!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

$$\underbrace{\begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & L \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dv_1(t)}{dt} \\ \frac{dv_2(t)}{dt} \\ \frac{di(t)}{dt} \end{bmatrix}}_{\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1} & 0 & -1 \\ 0 & -\frac{1}{R_2+R_3} & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ i(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\left[i_{in}(t) \right]}_{\mathbf{u}(t)}$$

7.86

其中矩阵 ***A,B*** 已知.

同样,对于矩阵 ***Y***,由电路图 7.28 可知,$v_{out}(t)$ 可以由 $v_2(t)$ 得到:

R_1 可以由 $v_1(t)$ 得到:

$$v_{out(t)} = v_2(t)\frac{R_3}{R_2+R_3}$$
$$i_{g1}(t) = \frac{v_1(t)}{R_1}$$

7.87 、7.88

合并方程 7.87/88,可以得到类似于方程 7.77 的标准形式，如下：

$$\underbrace{\begin{bmatrix} v_{out}(t) \\ i_{R1}(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \frac{R_3}{R_2+R_3} & 0 \\ \frac{1}{R_1} & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \underbrace{\begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ i(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{E}} \underbrace{\left[i_{in}(t) \right]}_{\mathbf{u}(t)}$$

7.89

现在我们可以定义矩阵 ***C, E*** 如上式所示.

必须明白一点,我们从第二章就通过以状态方程的形式来分析转换器，现在只是简单地将这些方程写成矩阵形式.

7.3.2 状态空间平均法建模基本理论

假设有一个 PWM 转换器,工作于电流连续模式.变换器包含的独立状态变量构成状态向量 X.而变换器由独立源驱动源构成的输入向量 U 驱动.在第一个区间内.当开关在位置 1 的时候,转换器简化成为一个线性电路从而其状态方程如下:

$$K\frac{dx(t)}{dt} = A_1x(t) + B_1u(t)$$
$$y(t) = C_1x(t) + E_1u(t)$$

7.90

类似的,在第二区间内:

仅作技术交流，非商业用途!!!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途，
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

$$K\frac{dx(t)}{dt} = A_2 x(t) + B_2 u(t)$$
$$y(t) = C_2 x(t) + E_2 u(t) \qquad 7.91$$

在这二个区间内,电压元件连接方式是不同的.因此,用不同的矩阵 ***A1 B1 C1 E1*** 以及 ***A2 B2 C2 E2*** 来区分.考虑到这些状态方程,状态空间平均法的结果是平衡状态及等效小信号交流模型的状态方程.

假设变换器的自然频率,也就是变换器输入频率的变化,与开关频率相比,很小的时候,用来描述系统平衡稳定的时候的状态空间平均模型为:

$$0 = AX + BU$$
$$Y = CX + EU \qquad 7.92$$

这里,平均矩阵为:

$$A = DA_1 + D'A_2$$
$$B = DB_1 + D'B_2$$
$$C = DC_1 + D'C_2 \qquad 7.93$$
$$E = DE_1 + D'E_2$$

平衡稳定直流分量为:

$$\mathbf{X} = equilibrium\ (dc)\ state\ vector$$
$$\mathbf{U} = equilibrium\ (dc)\ input\ vector$$
$$\mathbf{Y} = equilibrium\ (dc)\ output\ vector \qquad 7.94$$
$$D = equilibrium\ (dc)\ duty\ cycle$$

方程 7.94 中定义的分量代表为平均向量的稳态值,方程 7.92 可以求解出稳态值及输出向量:

$$X = -A^{-1}BU$$
$$Y = (-CA^{-1}B + E)U \qquad 7.95$$

小信号交流模型的状态方程为:

$$K\frac{d\hat{x}(t)}{dt} = A\hat{x}(t) + Bu(t) + \left((A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U\right)\hat{d}(t)$$
$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) + Eu(t) + \left((C_1 - C_2)X + (E_1 - E_2)U\right)\hat{d}(t) \qquad 7.96$$

分量 $\hat{x}(t), \hat{u}(t), \hat{y}(t), \hat{d}(t)$ 是对应于稳态解下的(静态工作点下)交流变化量,由方程 7.90 7.91 所定义.

所以,如果我们可以写出变换器状态方程,类似于 7.90,7.91.通过求解方程 7.92--7.96,那我们总可以得到其平均直流及小信号交流模型.

7.3.3 对于状态空间平均法结果的讨论

如在 7.17.2 节中所分析的,电感电流及电容电压的低频分量可以通过对一个开关周期进

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

行平均化建模来得到.因为,我们可以定义状态向量 $\boldsymbol{X}$ 的平均模型为:

$$\langle x(t)\rangle_{Ts} = \frac{1}{T_s}\int_{t}^{t+T_s} x(\tau)d\tau \qquad 7.97$$

用相同的方法,我们可以建立输入及输出向量的低频状态模型.通过平均化电感电压及电容电流,可以得到如下的低频状态方程:

$$K\frac{d\left\langle \hat{x}(t)\right\rangle_{Ts}}{dt} = (d(t)A_1 + d'(t)A_2)\langle x(t)\rangle_{Ts} + (d(t)B_1 + d'(t)B_2)\langle u(t)\rangle_{Ts} \qquad 7.98$$

此结果与方程 7.92 等效.

例如,我们考虑如何将状态向量 X 的分量转换为一个开关周期下的分量.在第一个区间内,变换器状态方程由 7.90 给出.X 的分量以斜率 $K^{-1}(A_1x(t)+B_1u(t))$ 变化.如果我们采用小纹波近似法,即 $x(t),u(t)$ 在一个开关周期内不发生改变,那么此斜率基本上可以看作常量且近似等于:

$$\frac{dx(t)}{dt} = K^{-1}(A_1\langle x(t)\rangle_{Ts} + B_1\langle u(t)\rangle_{Ts}) \qquad 7.99$$

这个假设的前提条件是:相比于开关频率, $x(t),u(t)$ 中各个元件的向量中的开关纹波是够小,如果我们假设状态向量初始值为 $x(0)$

那么我们可以写成:

$$x(dT_s) = x(0) + (dT_s)K^{-1}(A_1\langle x(t)\rangle_{Ts} + B_1\langle u(t)\rangle_{Ts}) \qquad 7.100$$

终值 初值 区间长度 斜率

同样的,在另一个时间区间里我们有:

$$\frac{dx(t)}{dt} = K^{-1}(A_2\langle x(t)\rangle_{Ts} + B_2\langle u(t)\rangle_{Ts}) \qquad 7.101$$

$$x(T_s) = x(dT_s) + (d'T_s)K^{-1}(A_2\langle x(t)\rangle_{Ts} + B_2\langle u(t)\rangle_{Ts}) \qquad 7.102$$

终值 初值 区间长度 斜率

现在有:

$$x(dT_s) = x(0) + (dT_s)K^{-1}(A_1\langle x(t)\rangle_{Ts} + B_1\langle u(t)\rangle_{Ts})$$
$$x(T_s) = x(dT_s) + (d'T_s)K^{-1}(A_2\langle x(t)\rangle_{Ts} + B_2\langle u(t)\rangle_{Ts})$$

将方程 7.100 代入 7.102,消去 $x(T_s)$ 得到:

$$x(T_s) = x(0) + (dT_s)K^{-1}(A_1\langle x(t)\rangle_{Ts} + B_1\langle u(t)\rangle_{Ts}) + (d'T_s)K^{-1}(A_2\langle x(t)\rangle_{Ts} + B_2\langle u(t)\rangle_{Ts})$$

7.103

整理得:

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

$$x(T_s) = x(0) + T_s K^{-1}(d(t)A_1 + d'(t)A_2)\langle x(t)\rangle_{Ts} + T_s K^{-1}(d(t)B_1 + d'(t)B_2)\langle u(t)\rangle_{Ts} \quad 7.104$$

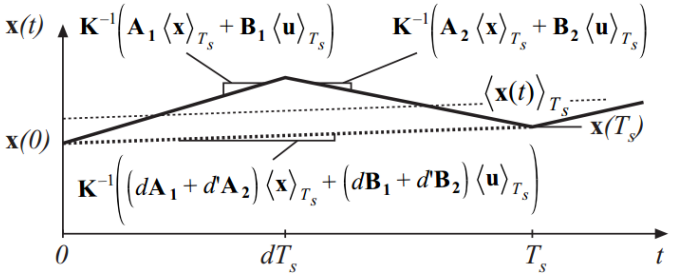


图 7.29　状态向量元素在一个开关周期的平均演化过程

接下来,我们利用节点在一个开关周期的变化来近似推导 $\langle x(t)\rangle_{Ts}$ 的微分形式:由欧拉近似可知:

$$\frac{d\langle x(t)\rangle_{Ts}}{dt} \approx \frac{x(T_s)-x(0)}{T_s} \quad 7.105$$

将 7.105 运用到 7.104.得到:

$$K\frac{d\langle x(t)\rangle_{Ts}}{dt} = (d(t)A_1 + d'(t)A_2)\langle x(t)\rangle_{Ts} + (d(t)B_1 + d'(t)B_2)\langle u(t)\rangle_{Ts} \quad 7.106$$

形式与 7.99 一致,这也是变换器动态描述的基本平均模型.由于输入控制量 $d(t)$ 与 $\langle x(t)\rangle_{Ts}$,$\langle u(t)\rangle_{Ts}$ 相乘,所以这不是一个线性方程.图 7.29 描述了一个分量变化及平均过程.

同样可以通过平均法得到输出向量 ***y(t)*** 的低频分量模型,向量 ***y(t)*** 由方程 7.90 7.91 所描述.因此,向量 ***y(t)*** 在开关变换瞬间是断续的.如图 7.30 所示.通过开关平均法,消去开关纹波,我们可以得到:

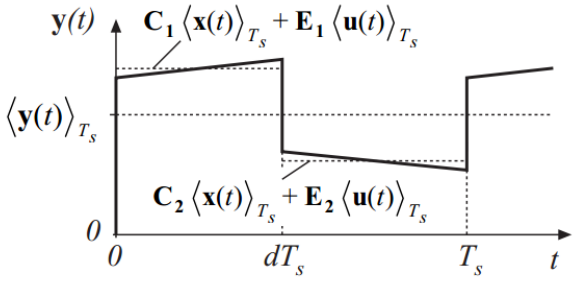


图 7.30　向量 Y 的平均化过程

$$\langle y(t)\rangle_{Ts} = d(t)(C_1\langle x(t)\rangle_{Ts} + E_1\langle u(t)\rangle_{Ts}) + d'(t)(C_2\langle x(t)\rangle_{Ts} + E_2\langle u(t)\rangle_{Ts}) \quad 7.107$$

整理得:

$$\langle y(t)\rangle_{Ts} = d(t)(C_1\langle x(t)\rangle_{Ts} + E_1\langle u(t)\rangle_{Ts}) + d'(t)(C_2\langle x(t)\rangle_{Ts} + E_2\langle u(t)\rangle_{Ts}) \quad 7.108$$

同样,这也不是线性的.

综合 7.106-7.108.有:

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途，
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

$$K\frac{d\langle x(t)\rangle_{Ts}}{dt}=(d(t)A_1+d'(t)A_2)\langle x(t)\rangle_{Ts}+(d(t)B_1+d'(t)B_2)\langle u(t)\rangle_{Ts}$$

$$\langle y(t)\rangle_{Ts}=d(t)(C_1\langle x(t)\rangle_{Ts}+E_1\langle u(t)\rangle_{Ts})+d'(t)(C_2\langle x(t)\rangle_{Ts}+E_2\langle u(t)\rangle_{Ts}) \quad 7.109$$

我们下一步就是在静态工作点处将其线性化从而去构建小信号交流模型.由于变换器工作于稳态$\langle x(t)\rangle_{Ts}$所有的微分分量均为0,因此,对7.109进行化简,可以得到变换器的静态直流工作点:

$$\begin{aligned}0&=AX+BU\\Y&=CX+EU\end{aligned} \quad 7.110$$

运用7.93,7.94所定义的向量,采用微量摄动法并在其静态工作点处进行线性化:

$$\begin{aligned}\langle x(t)\rangle_{Ts}&=X+\hat{x}(t)\\\langle u(t)\rangle_{Ts}&=U+\hat{u}(t)\\\langle y(t)\rangle_{Ts}&=X+\hat{y}(t)\\d(t)&=D+\hat{d}(t)\Rightarrow d'(t)=D'-\hat{d}(t)\end{aligned} \quad 7.111$$

其中,$\hat{u}(t),\hat{d}(t)$分别为输入向量及占空比向量的交流变化量，$\hat{x}(t),\hat{y}(t)$是对应该的变化量的结果.假设交流变化量与直流分量相比可以忽略:

$$\begin{aligned}|\hat{v}_g(t)|&<<|V_g|\\|U|&>>|\hat{u}(t)|\\D&>>|\hat{d}(t)|\\|X|&>>|\hat{x}(t)|\\|Y|&>>|\hat{y}(t)|\end{aligned} \quad 7.112$$

||X||表示为向量X的范数.

将方程7.111代入方程7.109可以得到:

仅作技术交流,勿做商业用途!!!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途，
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

$$K\frac{d(X+\hat{x}(t))}{dt}=((D+\hat{d}(t))A_1+(D'-\hat{d}'(t))A_2)(X+\hat{x}(t))$$
$$+((D+\hat{d}(t))B_1+(D'-\hat{d}'(t))B_2)(U+\hat{u}(t)) \quad 7.113$$
$$(Y+\hat{y}(t))=((D+\hat{d}(t))C_1+(D'-\hat{d}'(t))C_2)(X+\hat{x}(t))$$
$$+((D+\hat{d}(t))E_1+(D'-\hat{d}'(t))E_2)(U+\hat{u}(t))$$

dX/dt 导数为 0. 整理上式可得:

$$\underbrace{\mathbf{K}\frac{d\hat{\mathbf{x}}(t)}{dt}}_{\text{first–order ac}}=\underbrace{(\mathbf{AX}+\mathbf{BU})}_{\text{dc terms}}+\underbrace{\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t)+\mathbf{B}\hat{\mathbf{u}}(t)+\left\{(\mathbf{A}_1-\mathbf{A}_2)\mathbf{X}+(\mathbf{B}_1-\mathbf{B}_2)\mathbf{U}\right\}\hat{d}(t)}_{\text{first–order ac terms}}$$
$$+\underbrace{(\mathbf{A}_1-\mathbf{A}_2)\hat{\mathbf{x}}(t)\hat{d}(t)+(\mathbf{B}_1-\mathbf{B}_2)\hat{\mathbf{u}}(t)\hat{d}(t)}_{\text{second–order nonlinear terms}}$$

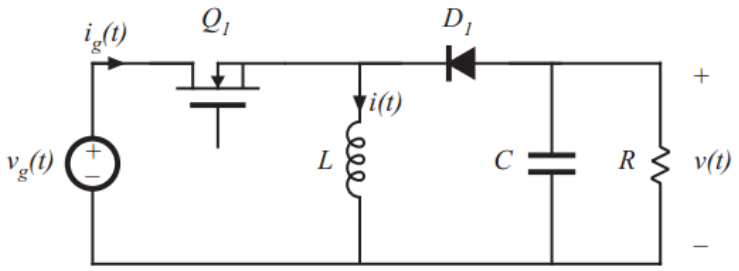
$$\underbrace{(\mathbf{Y}+\hat{\mathbf{y}}(t))}_{\text{dc + 1st order ac}}=\underbrace{(\mathbf{CX}+\mathbf{EU})}_{\text{dc terms}}+\underbrace{\mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t)+\mathbf{E}\hat{\mathbf{u}}(t)+\left\{(\mathbf{C}_1-\mathbf{C}_2)\mathbf{X}+(\mathbf{E}_1-\mathbf{E}_2)\mathbf{U}\right\}\hat{d}(t)}_{\text{first–order ac terms}}$$
$$+\underbrace{(\mathbf{C}_1-\mathbf{C}_2)\hat{\mathbf{x}}(t)\hat{d}(t)+(\mathbf{E}_1-\mathbf{E}_2)\hat{\mathbf{u}}(t)\hat{d}(t)}_{\text{second–order nonlinear terms}} \quad 7.114$$

因为 DC 直流分量满足方程 7.110,所以 7.114 中可以简化掉.同样,如果 7.112 的小信号假设满足的话,方程中的二阶非线性分量与一阶相比很小,可以忽略,因此我们就可以得到了其线性化的小信号模型:

$$K\frac{d\hat{x}(t)}{dt}=A\hat{x}(t)+B\hat{u}(t)+\{(A_1-A_2)X+(B_1-B_2)U\}\hat{d}(t) \quad 7.115$$
$$\hat{y}(t)=C\hat{x}(t)+E\hat{u}(t)+\{(C_1-C_2)X+(E_1-E_2)U\}\hat{d}(t)$$

这即是最终的结果,它与方程 7.95 一致.

7.3.4 非线性 BUCK-BOOST 变换器状态平均法分析



仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途，
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

图 7.31 BUCK-BOOST 变换器

对于图 7.31 所示的 BUCK BOOST 变换器,考虑到其非线性因素有:MOSFET ***Q1*** 的导通损耗 ***Ron***,以前二极管正向导通压降 ***VD***.我们希望得到一个完整的等效电路,即变换器的包含输入输出部分.

定义状态向量 ***X*** 为:电感电流 $\hat{i}(t)$ 以及电容电压 $\hat{v}(t)$.

$$x(t)=\begin{bmatrix} i(t) \\ v(t) \end{bmatrix} \qquad 7.116$$

因为输入电压 $v_g(t)$ 是一个独立的电压源,故应该放在输入向量 ***u(t)***中.另外,我们选择用一个独立的电压源 V_D 来模拟二极管正向导通压降.所以这个电压源也可以列于输入向量中:

$$u(t)=\begin{bmatrix} v_g(t) \\ V_D \end{bmatrix} \qquad 7.117$$

为了对变换器输入端建模分析,我们需要得到变换器输入端的电流 $i_g(t)$,为了计算这个非独立的电流,我们将其定义在输出向量中:

$$y(t)=i_g(t) \quad 7.118$$

接下来,我们对变换器每个区间的状态方程进行分析,在区间 1 时,如图 7.32 a, 电感电压,电容电流,输入电流为:

$$\begin{aligned} L\frac{di(t)}{dt}&=v_g(t)-i(t)R_{on} \\ C\frac{dv(t)}{dt}&=-\frac{v(t)}{R} \\ i_g(t)&=i(t) \end{aligned} \qquad 7.119$$

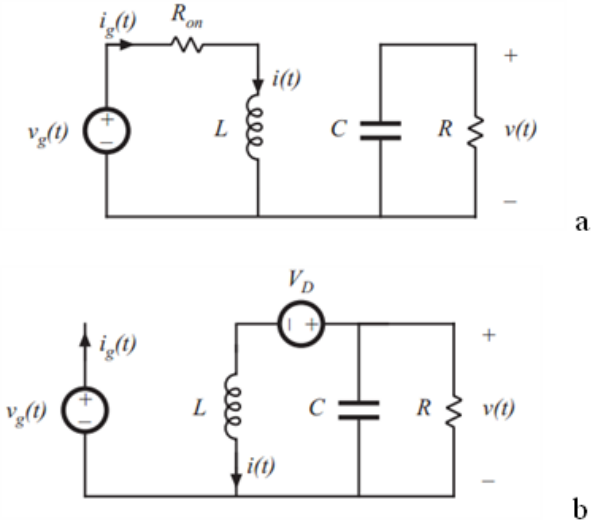


图 7.32 BUCK-BOOST 变换器电路分析

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途，
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

将微分方程写成状态空间方程形式:

$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{vmatrix} i(t) \\ v(t) \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} -R_{on} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R} \end{bmatrix} \begin{vmatrix} i(t) \\ v(t) \end{vmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{vmatrix} v_g(t) \\ V_D \end{vmatrix}$$

K $\frac{dx(t)}{dt}$ A_1 $x(t)$ B_1 $u(t)$ 7.120

$$\begin{vmatrix} i_g(t) \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{vmatrix} i(t) \\ v(t) \end{vmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{vmatrix} v_g(t) \\ V_D \end{vmatrix}$$

$y(t)$ C_1 $x(t)$ E_1 $u(t)$

因此我们得到了区间 1 状态矩阵 ***A1 B1 C1 E1.***

类似地,由图 7.32 b.我们可以得到第二区间的微分方程及对应的状态空间方程:

$$\begin{aligned} L\frac{di(t)}{dt} &= v(t) - V_D \\ C\frac{dv(t)}{dt} &= -\frac{v(t)}{R} - i(t) \\ i_g(t) &= 0 \end{aligned} \qquad 7.121$$

$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{vmatrix} i(t) \\ v(t) \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -\frac{1}{R} \end{bmatrix} \begin{vmatrix} i(t) \\ v(t) \end{vmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{vmatrix} v_g(t) \\ V_D \end{vmatrix}$$

K $\frac{dx(t)}{dt}$ A_2 $x(t)$ B_2 $u(t)$ 7.122

$$\begin{vmatrix} i_g(t) \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{vmatrix} i(t) \\ v(t) \end{vmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{vmatrix} v_g(t) \\ V_D \end{vmatrix}$$

$y(t)$ C_2 $x(t)$ E_2 $u(t)$

同样的,我们得到了区间 21 状态矩阵 ***A2 B2 C2 E2.***

下一步是按照方程 7.92---7.94 的方法建立状态空间平均稳态方程,平均矩阵 ***A*** 为:

$$A = DA_1 + D'A_2 = D \begin{vmatrix} -R_{on} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R} \end{vmatrix} + D' \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -\frac{1}{R} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -DR_{on} & D' \\ D & -\frac{1}{R} \end{vmatrix} \qquad 7.123$$

用同样的方法可以得到矩阵 ***B C E*** 的平均矩阵:

$$\begin{aligned} B &= DB_1 + D'B_2 = \begin{bmatrix} D & -D' \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ C &= DC_1 + D'C_2 = \begin{bmatrix} D & 0 \end{bmatrix} \\ E &= DE_1 + D'E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \qquad 7.124$$

7.92 所示的 DC 直流状态方程因此变成:

仅作技术交流,勿做商业用途!!!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

$$0 = AX + BU \qquad or \qquad \begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-DR_{on} & D'\\ -D' & -\frac{1}{R}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I\\V\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}D & -D'\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I\\V\end{bmatrix} \quad 7.125$$

$$Y = CX + EU \qquad \begin{bmatrix}I_g\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}D & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I\\V\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I\\V\end{bmatrix}$$

解方程得到稳态下的解为:

$$\begin{bmatrix}I\\V\end{bmatrix} = \left(\frac{1}{1+\frac{D}{D'^2}\frac{R_{on}}{R}}\right)\begin{bmatrix}\frac{D}{D'^2R} & \frac{1}{D'R}\\ -\frac{D}{D'} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_g\\V_D\end{bmatrix} \quad 7.126$$

$$[I_g] = \left(\frac{1}{1+\frac{D}{D'^2}\frac{R_{on}}{R}}\right)\begin{bmatrix}\frac{D}{D'^2R} & \frac{1}{D'R}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_g\\V_D\end{bmatrix}$$

相反地,通过方程 7.125 可以构建得到图 7.33 所示的状态等效电路.方程 7.125 的第一行可以通过电感的电压波形并利用伏秒平衡得到.第二行可以通过电容电流波形并利用电荷平衡得到. 而 $i_g(t)$ 代表了变换器输入电流的直流分量,通过重建这些方程的等效电路,得到了图 7.33.

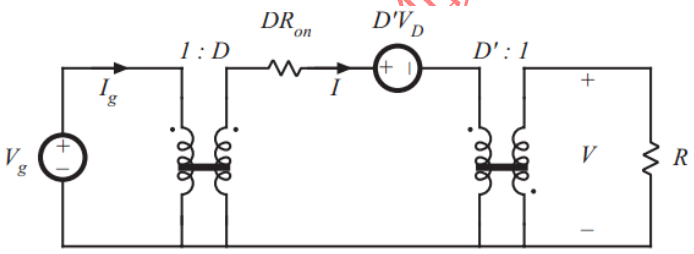


图 7.33 BUCK-BOOST 变换器直流等效电路模型

通过求解方程 7.95 可能得到小信号模型,方程 7.95 中 DT 的向量系数为:

$$(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U = \begin{bmatrix}-V - IR_{on}\\ I\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}V_g + V_D\\ 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}V_g - V - IR_{on} + D\\ I\end{bmatrix}\hat{d}(t) \quad 7.127$$

$$(C_1 - C_2)X + (E_1 - E_2)U = |I|$$

方程 7.95 的交流小信号状态方程可以写成:

$$\begin{bmatrix}L & 0\\ 0 & C\end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\hat{i}(t)\\ \hat{v}(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-DR_{on} & D'\\ -D' & -\frac{1}{R}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{i}(t)\\ \hat{v}(t)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}D & -D'\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{v}_g(t)\\ 0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}V_g - V - IR_{on} + D\\ I\end{bmatrix}\hat{d}(t)$$

$$\begin{bmatrix}\hat{i}_g(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}D & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{i}(t)\\ \hat{v}(t)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{v}_g(t)\\ 0\end{bmatrix} + |I|\hat{d}(t)$$

7.128

注意到,因为二极管正向压降我们已经建模做为常量 V_D.因此没有交流分量,且 $\hat{v}_D(t)$ 为

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

0.再一次,可以用通常的方法,重新写方程 7.128, 我们将其写成标量形式:

$$L\frac{d\hat{i}(t)}{dt} = D'\hat{v}_g(t) - DR_{on}\hat{i}(t) + (V_g - V - IR_{on} + V_D)\hat{d}(t)$$

$$C\frac{d\hat{v}(t)}{dt} = -D'\hat{i}(t) - \frac{\hat{v}(t)}{R} + I\hat{d}(t) \qquad 7.129$$

$$\hat{i}_g(t) = D\hat{i}(t) + I\hat{d}(t)$$

对应的电路如图 7.34 所示.所以可以将电路 7.33 7.34 合并成完整的小信号交流等效电路模型,即图 7.35.

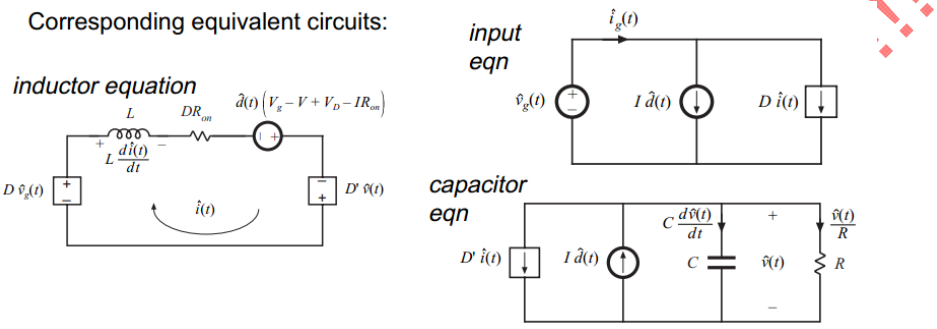


图 7.34 小信号方程的等效电路 (电感环路,电容节点,输入端口)

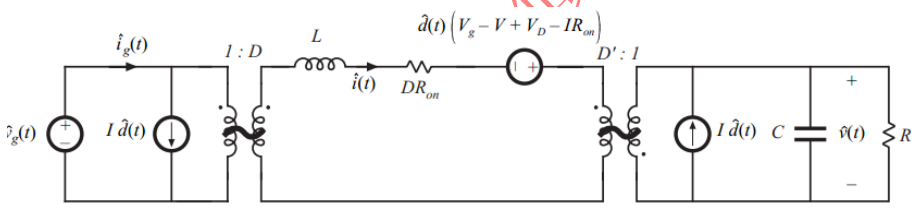


图 7.35 非理想 BUCK-BOOST 电路完整的小信号交流等效电路模型

7.4 电路平均及平均开关建模法

电路平均法是另一种非常著名的推导变换器等效电路的方法,与平均状态方程不同,它是直接平均变换器的波形.所以有操作均是在电路框图上完成的,而不是在方程上,因此电路平均法对模型能够有更明确的物理意义.电路平均包括平均及小信号线性化过程,所以它与状态空间平均法是等效的.然而,在许多情况情况下,它更容易操作并且得到小信号交流模型.电路平均技术可同可以直接运用在不同类型的变换器上及开关元件上,如相控整流器,工作于断续模式的 PWM 变换器以及电流控制型变换器,准谐振变换器,这些在后续章节中会介绍得到.同时,在有些情况下,电路平均会复杂化电路,让电路变得更加难于分析及理解.为了克服这个不足,我们可以综合电路平均法及状态空间平均法.电路平均法先于状态空间平均法被提出,文献 4 中对此有描述.由于它的通用性,对于电路平均在开关网络中的分析近来成为人们感兴趣的话题.

电路平均法的关键步骤是将转换开关等效成电压或是电流源,从而获得一个时不变电路拓扑.这些电压或电流源的波形与原来变换器中的开关波形一致.只要我们得到了时不时变电路网络.我们就可以在一个开关周期时对变换器波形进行平均化进而消除开关谐波.模型中其

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

他任何非线性元件都可以采用微小摄动法以及线性化方法处理,最终得到小信号交流模型.

图 7.36 所示,开关元件已经从熟知的变换器剥离出来了,变换器因此包含了一个开关网络,一个时变网络.开关网络中含有变换器开关元件.时变网络中含有无功及其他元件.图 7.36 是一个简单的例子,它是一个单极单掷开关.这个开关可以用一二端口网络代替.而在其他复杂的系统中,往往含有大量的晶体管,二极管,例如:多相转换器,它的开关网络包含有二个以上的端口.

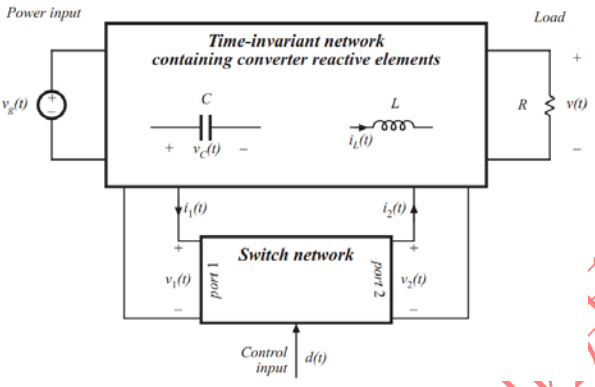


图 7.36 开关网络与时不变网络相结合开关变换器

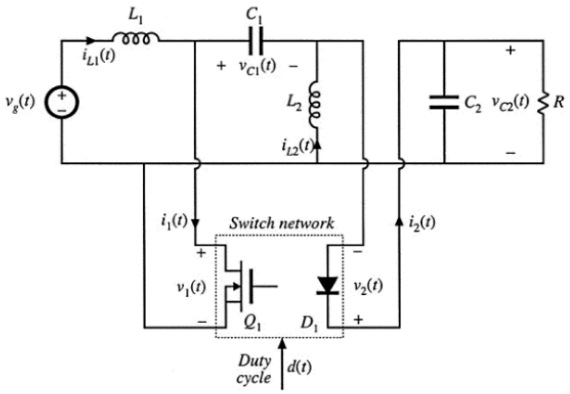


图 7.37 SEPIC 电路图,已经按图 7.36 形式作了排列

平均开关建模的中心思想是找到适合开关网络的平均电路模型.然后将此电路模型插入到变换器电路中进而得到变换器整体的平均电路模型.此方法的一个大的好处是同样的模型可以用于许多不同的变换器电路中.对于一特定的变换器,它不需要再重新去推导这个平均电路模型.更重要的是,在许多情况下,平均开关模型可以简化变换器分析,并得得到一些对于变换器状态及动态特性好的容易理解的结果.

平均开关模型的第一步是抽离出同 7.36 所不的变换器开关网络.这个网络仅仅包含了明确定义的变换器的开关元件.图 7.37 所示工作于 CCM 模式下的 SEPIC 电路就是这样的.通常有不止一种方法可以定义开关网络的二个端口,一个自然的方法定义开关网络端口如图 7.37 所示.在图 7.38 中,对于 CCM 模式下,网络端口变量为 $v_1(t), i_1(t), v_2(t), i_2(t)$.注意到,在开关网络内部,这些端口不一定是要电气相连的.甚至于开关网络中任何端口处的电压电流波形都不要求是非脉动的(直流?).

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

7.4.1 获得时不变电路

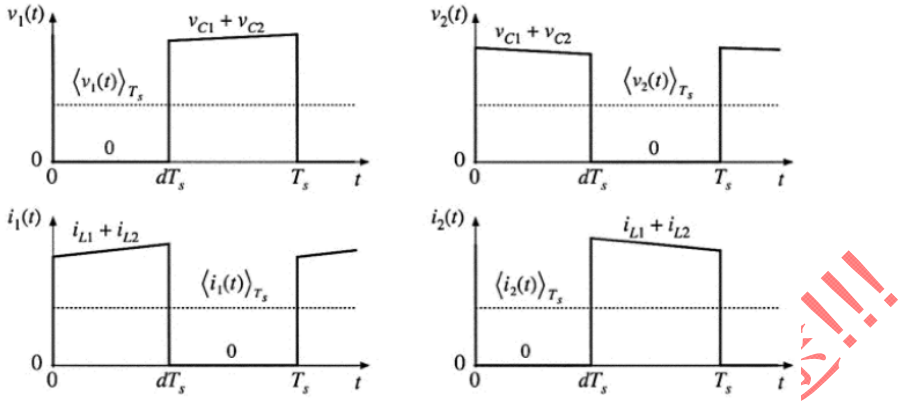


图 7.38 CCM 下 SEPIC 电路开关网络端点波形

电路平均技术的第一步是用电压电流源取代开关网络,例如电路节点不随时间变化而变化.SPEIC 电路的开关网络如 7.39 所定义.对于任意二端口网络,四个端点的电压和电流中的二个可以选择作为开关网络独立的输入量.其他二个视为输出量.通常,选择独立输入量是主观的,只要在一个给定的变换器这些输入量确实是独立的就好.假设选择 $i_1(t), v_2(t)$ 作为独立输入量,另外占空比 $d(t)$ 是独立控制输入量.

在图 7.39b 中,网络端口已经用独立的电压源电流源代替了.这些独立源的波形被定义为图 7.38 所示,这与实际电路中的 $v_1(t), i_2(t)$ 的波形一致,由于 7.39b 中的电路中波形与 7.39a 及 7.38 中的波形一致.所以电路在电气性能上是等效的.到目前为止,我们没有采用过近似方法.

7.4.2 电路平均

下一步是确定各个开关端点处波形的平均值.假定变换器网络的固有时间常数远大于开关周期.这个假设与小开关纹波近似法的要求一致.由于一个开关区间时间足够短,我们可以在这个区间内对波形进行平均,这种平均不会对系统的响应造成大的影响.因此,有了这个基本的假设条件,即可以在一个周期内进行近似平均化变换器的波形.平均后的结果可预测系统的低频特性,而忽略掉高频开关谐波.在 SEPIC 模型中,通过采用小纹波近似法,图 7.38 所示开关网络端点的波形平均值可以写成如下

仅作技术交流,勿做商业用途!!!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

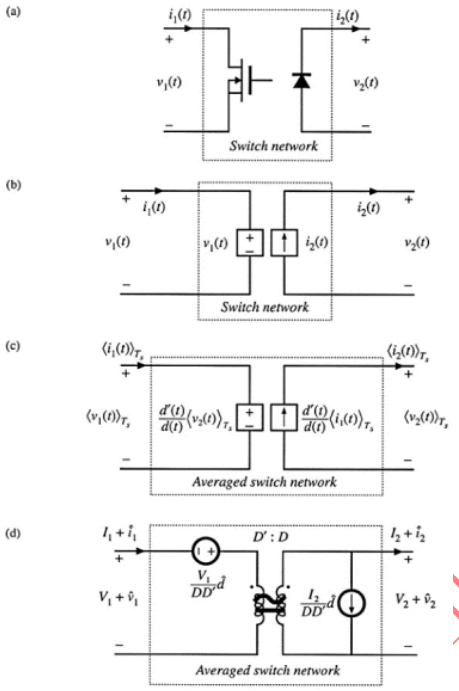


图 7.39 推导 SEPIC CCM 模式下的平均开关模型

A 开关网络

B 用独立源代替的开关的开关网络模型

C 通过平均 B 的开关网络端点波形的大信号,非线性平均模型开关模型

D 直流以及交流小信号平均开关模型

$$\begin{aligned}
\langle v_1(t)\rangle_{Ts} &= d'(t)\left(\langle v_{C1}(t)\rangle_{Ts}+\langle v_{C1}(t)\rangle_{Ts}\right)\\
\langle i_1(t)\rangle_{Ts} &= d(t)\left(\langle i_{L1}(t)\rangle_{Ts}+\langle i_{L2}(t)\rangle_{Ts}\right)\\
\langle v_2(t)\rangle_{Ts} &= d(t)\left(\langle v_{C1}(t)\rangle_{Ts}+\langle v_{C1}(t)\rangle_{Ts}\right)\\
\langle i_2(t)\rangle_{Ts} &= d'(t)\left(\langle i_{L1}(t)\rangle_{Ts}+\langle i_{L2}(t)\rangle_{Ts}\right)
\end{aligned}$$ 7.130/7/131/7/132/7.133

我们已经选择 $\langle i_1(t)\rangle_{Ts},\langle v_2(t)\rangle_{Ts}$ 作为开关网络独立的输入量.非独立的输出量为 $\langle i_2(t)\rangle_{Ts},\langle v_1(t)\rangle_{Ts}$ 下一步,可能的话,是将输出量唯一表达为独立输入量及控制输入量的函数.因此在这一步，平均开关输出量不能写成变换器其他信号如 $\langle v_g(t)\rangle_{Ts},\langle v_{C1}(t)\rangle_{Ts},\langle v_{C2}(t)\rangle_{Ts},\langle i_{L1}(t)\rangle_{Ts},\langle i_{L2}(t)\rangle_{Ts}$ 等等的函数.

利用方程 7.131 及 7.132

$$\begin{aligned}
\left(\langle v_{C1}(t)\rangle_{Ts}+\langle v_{C2}(t)\rangle_{Ts}\right) &= \frac{\langle v_2(t)\rangle_{Ts}}{dt}\\
\left(\langle i_{L1}(t)\rangle_{Ts}+\langle i_{L2}(t)\rangle_{Ts}\right) &= \frac{\langle i_1(t)\rangle_{Ts}}{dt}
\end{aligned}$$ 7.134/7.135

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途，
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

将这些表达式代入 7.130,7.133 得

$$\langle v_1(t)\rangle_{Ts} = \frac{d'(t)}{dt}\langle v_2(t)\rangle_{Ts}$$
$$\langle i_2(t)\rangle_{Ts} = \frac{d'(t)}{dt}\langle i_1(t)\rangle_{Ts} \qquad 7.136/7.137$$

与方程 7.136 7.137 对应的平均等效电路如图 7.39c 所示.通过完成平均化这一步骤.变换器中的所有开关谐波已经消去了.只留下了直流及低频交流分量.如频率足够小,那么大信号,非线性,时不变模型是有效的.通过平均化图 7.38 的波形并修正开关网络,而其他保持不变.因此.通过用平均开关模型取代开关网络,变换器的平均电路模型已经建立起来了.图 7.39a 所示的开关网络可以适应于任何二开关变换器.如 BUCK BOOST BUCK-BOOST SEPIC CUK.如果变换器工作于电流连续模式.平均开关模型推导是和 SEPIC 一样的,并且结果也相同,于 7.39c 所示.这也意味着 7.39c 所示的模型可以作为所有二开关变换器(工作于 CCM 下)的通用大信号平均开关模型.

7.4.3 摄动化(微扰动法)及线性化

图 7.39C 是一个非线性模型,因为方程 7.136 7.137 所示的方程是 D I2 V1 的非线性函数.为了建立其小信号模型,我们必须采用微量法及线性化法处理:设:

$$d(t) = D + \hat{d}(t)$$
$$\langle v_1(t)\rangle_{Ts} = V_1 + \hat{v}_1(t)$$
$$\langle i_1(t)\rangle_{Ts} = I_1 + \hat{i}_1(t) \qquad 7.138$$
$$\langle v_2(t)\rangle_{Ts} = V_2 + \hat{v}_2(t)$$
$$\langle i_2(t)\rangle_{Ts} = I_2 + \hat{i}_2(t)$$

代入后,方程 7.136 变成:

$$(D + d')(V_1 + \hat{v}_1) = (D' - d)(V_2 + \hat{v}_2) \qquad 7.139$$

我们期望解出这个非独立变量 $V_1 + \hat{v}_1$ 方程 7.139 可以写成:

$$D(V_1 + \hat{v}_1) = D'(V_2 + \hat{v}_2) - \hat{d}(V_2 + V_1) - \hat{d}\,\hat{v}_1 - \hat{d}\,\hat{v}_2 \qquad 7.140$$

$\hat{d}(t)\hat{v}_1(t), \hat{d}(t)\hat{v}_2(t)$ 为非线性项,且幅值很小(假定交流变化量对于静态直流量来说很小).当小信号假设条件满足的时候,这些项均可以忽略掉.至此消去非线性项解得开关网络非独立输出为:

仅作技术交流,勿做商业用途!!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

$$(V_1+\hat{v}_1)=\frac{D'}{D}(V_2+\hat{v}_2)-\hat{d}\frac{(V_2+V_1)}{D}$$
$$=\frac{D'}{D}(V_2+\hat{v}_2)-\hat{d}\frac{V_1}{DD'} \qquad 7.141$$

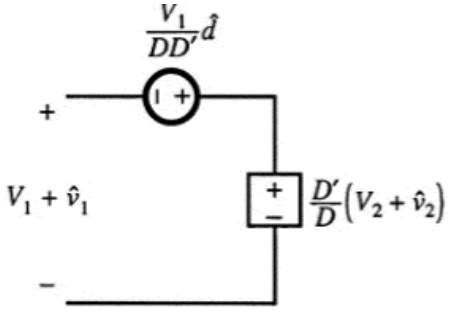


图 7.40 非独立电压的线性化等效图

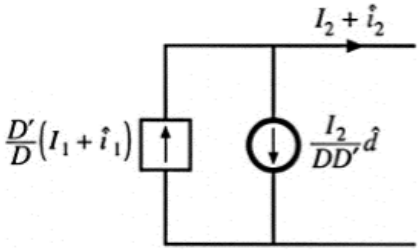
$(V_1/DD')\hat{d}(t)$ 受控制输入量 $\hat{d}$ 控制因此可以用一个独立的电压源来表示,如图 7.40 所示.项目 $D'/D(V_2+\hat{v}_2(t))$ 是等于常量 D'/D 乘以端口的二个独立输入电压.在图 7.40 中用一个受控源来表示.这个受控源将来会成为理想变压器的原边绕组.

同样的方法,将 7.138 代入方程 7.137.得到:

$$(D+d')(I_2+\hat{i}_2)=(D'-\hat{d})(I_2+\hat{i}_2) \qquad 7.142$$

分量 $\hat{i}_1(t)\hat{d}(t),\hat{i}_2(t)\hat{d}(t)$ 是非线性分量,如果小信号假设条件满足的话他们可以忽略.所以得到:

$$(I_2+\hat{i}_2)=\frac{D'}{D}(I_1+\hat{i}_1)-\hat{d}\frac{(I_1+I_2)}{D}$$
$$=\frac{D'}{D}(I_1+\hat{i}_1)-\hat{d}\frac{I_2}{DD'} \qquad 7.143$$



项 $I_2/DD'\hat{d}(t)$ 由控制输入量 $\hat{d}(t)$ 驱动.在图 7.41 中表示为一个独立的电流源.$(D'/D)(I_1+\hat{i}_1(t))$ 与输入端口 1 的电压有关,可以用一个受控源表示.后面可以看到,这个受控源是作为理想变压器的二次侧绕组.方程 7.141 以及 7.143 即为描述图 7.39d 所示电路的平均开关网络模型.我们注意到这个模型中包括了直流分量及小信号交流分量.我们可以用一个等效电路来代替直流及交流分量.理想变压器包括固有的直流磁化曲线(可以处理直流电

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com
仅作技术交流,勿做商业用途!!!

压电流的能力)以及交流磁化曲线(可以处理交流的能力).图 7.39d 所揭示的开关网络的功能有:1. D': D 转换比的大小决定了转换的直流及小信号交流的电流电流水平 2:通过在变换器电路中引入交流电压电流变量,通过控制输入量驱动.将此模型插入 7.37.直流及交流小信号 SEPIC 模型图 7.42 就可以获得.至此,通过稳态电压电流以及小信号转换器的传递函数,这个模型就可以得到求解了.

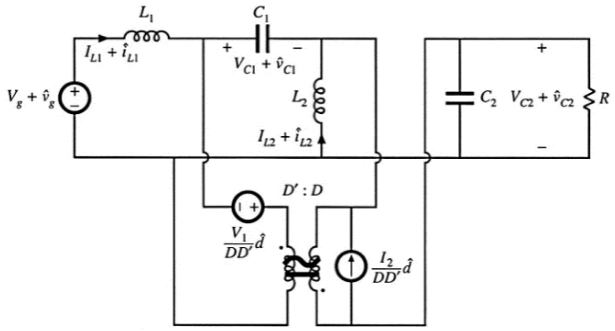


图 7.43 CCM 模式下 SEPIC 电路的直流小信号交流平均电路模型

图 7.39A 可以通用于所有二开关变换器的识别,如 BUCK BOOST SEPIC CUK 等等. 如图 7.34 所示,仅仅用平均开关模型取代开关网络我们就可以得到变换器完整的平均电路模型.例如,图 7.44 描述了一个 BOOST 变换器的平均电路模型的获得过程.

总之,电路平均模型方法包含步骤有:用等效电压及电流源取代开关网络,获得时不变电路.然后通过在一个开关周期内的平均进而消除开关谐波.在静态工作点附近,通过微扰动法及线性化方法来获得包含有直流分量及小信号分量的平均开关模型.最后用平均开关模型取代开关网络得到完整的平均电路模型.

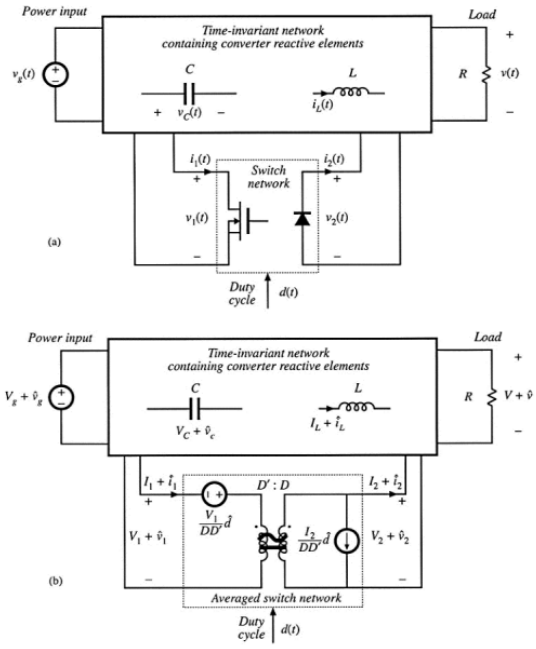


图 7.43 建立 CCM 工作模式下的二开关变换器的平均电路模型 a:通用二开关网络变换器电路的确定 b:用平均模型取代开关网络得到直流及交流小信号平均电路模型

仅作为 仅供商业用途!!!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

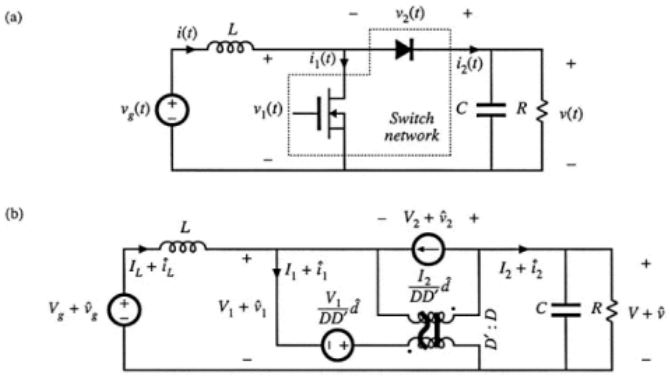


图 7.44 理想 BOOST 变换器的平均电路模型的建立过程: a: 开关网络的确定(图 7.39a 所表示的网络) b:通过取代

7.4.4 开关网络

到此为止,我们推导出来了通用的二开关网络的平均开关模型.我们在开关网络自身内部各开关之间没有连接关系.所以,这些开关模型及其平均电路模型可以用来轻松的构建其他许多二开关网络的平均电路模型.如图 7.43 所示.但是有很重要的一点必须指出,开关网络端口的定义并不唯一.一些其他的形式的平均开关模型也许会更简化电路模型.或者更容易反应电路的物理意义.在本节中,分析了二种不同的平均开关模型,这二种模型更有利于分析 BUCK 及 BOOST 变换器.

图 7.35a 为理想的变换器,开关网络包含有晶体管及二极管,可以看到,与 7.44a 所示的开关网络端口相比,他们是不同的端口.现在我们开始推导其对应的平均开关模型.开关网络端点波形如图 7.45b 所示.因为 $i_1(t), i_2(t)$ 与变换器电感电流及电容电压一致.我们可以方便地选择其作为开关网络的独立输入量.具体的步骤如图 7.46 所示.

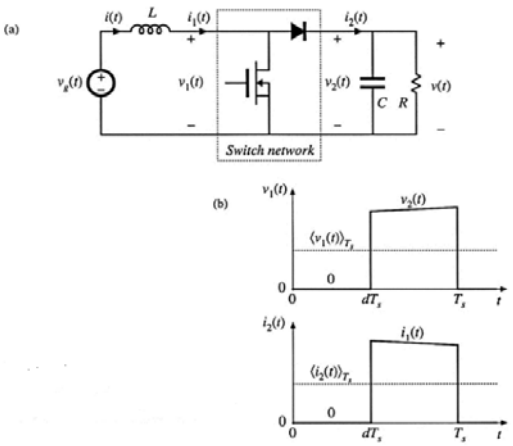


图 7.45 理想 BOOST 变换器 A. 另一种开关网络的定义 B 开关网络节点波形

首先.用独立的电压源及电流源取代开关网络,开关网络输入端的非独立电压波形(如晶

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

体管电压)可以用电压发生器 $v_1(t)$ 来建模表示,如图 7.45b 中的波形,当开关管导通的时候, $v_1(t)$ 为 0.而当二极管导通的时候,也就是开关管关断的时候,他的电压为 $v_2(t)$.可以将其写成为:

$$v_1(t)=\begin{cases}0, 0<t<dT_s\\ v_2(t), dT_s<t<T_s\end{cases} \quad 7.144$$

一旦 $v_1(t)$ 这样定义了,那么电感电压波即不发生改变了.同样的, $i_2(t)$ 可以用为二极管的电流建模如下:

$$i_2(t)=\begin{cases}0, 0<t<dT_s\\ i_1(t), dT_s<t<T_s\end{cases} \quad 7.145$$

一旦 $i_2(t)$ 这样定义好了, 那么电容电流波形也不会发生改变了.至此,图 7.45a 中的原电路.与用取代开关网络后的 7.46a 7.46b 所获得的电路在电气上一样了,而我们也没有采取任何近似方法.接下来,我们要在一个开关周期内通过平均所有的信号来消除开关谐波.

$$\begin{aligned}\langle v_1(t)\rangle_{Ts}&=d'(t)\langle v_2(t)\rangle_{Ts}\\ \langle i_2(t)\rangle_{Ts}&=d'(t)\langle i_1(t)\rangle_{Ts}\end{aligned} \quad 7.146$$

在这里,我们假设电感电流及电容电压的纹波非常之小,或者至少是时间的线性函数.可以得到 7.46c 的平均开关模型.这是一个大信号,非线性模型,如果用它取代开关网络.我们就可以得到变换器的大信号非线性电路模型.这样,开关谐波就消去了,只留下了直流及交流低频分量.

在静态工作点附近.我们可以用微扰动法及线性化的方法对模型进行线性化建模,用常用的方法有:

$$\begin{aligned}&\langle v_g(t)\rangle_{Ts}=V_g+\hat{v}_g(t)\\ &d(t)=D+\hat{d}(t)\Rightarrow d'(t)=D'-\hat{d}'(t)\\ &\langle i(t)\rangle_{Ts}=\langle i_1(t)\rangle_{Ts}=I+\hat{i}(t)\\ &\langle v(t)\rangle_{Ts}=\langle v_2(t)\rangle_{Ts}=V_g+\hat{v}(t)\\ &\langle v_1(t)\rangle_{Ts}=V_1+\hat{v}_1(t)\\ &\langle i_2(t)\rangle_{Ts}=I_2+\hat{i}_2(t)\end{aligned} \quad 7.147$$

平均开关网络端口 1 的非线性电压发生器的值为:

$$(D'-\hat{d}(t))(V+\hat{v}(t))=D'(V+\hat{v}(t))-V\hat{d}(t)-\hat{v}(t)\hat{d}(t) \quad 7.148$$

$\hat{v}(t)\hat{d}(t)$ 是非线性量,如果交流分量很小的话,它的幅值很小(方程 7.32 所示).如果电路满

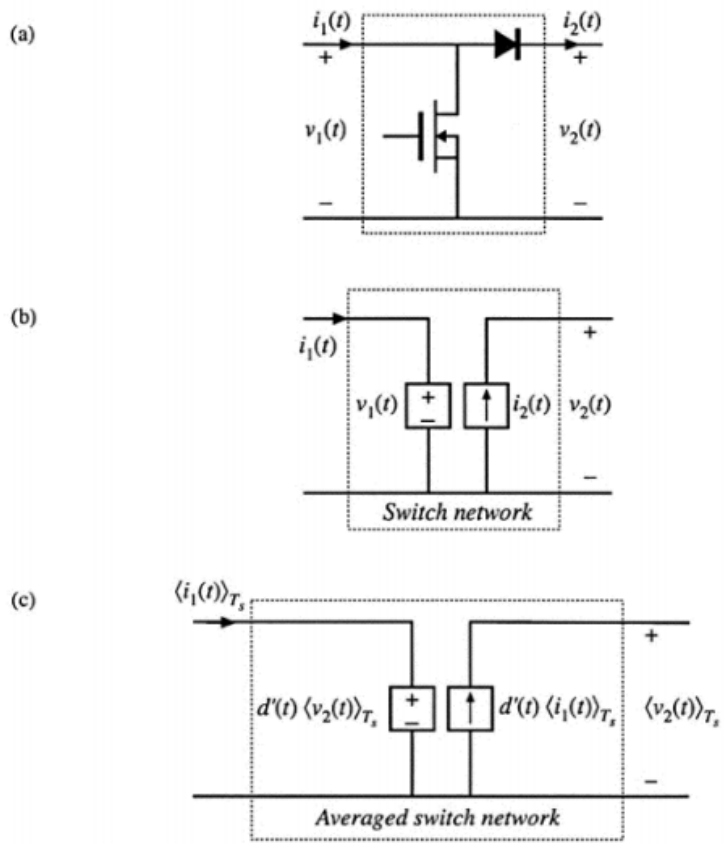
仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com
仅作技术交流勿做商业用途!!!

足小信号假设条件,这个分量可以忽略不计.$V\hat{d}(t)$ 是由控制输入量驱动的.因此可以用一个独立的电压源来表示. $D'(V+\hat{v}(t))$ 等于常量 D' 乘以输出电压 $(V+\hat{v}(t))$,此分量与输出电容电压有,它可以表示为一个非独立的电压源,而此电压源将会是理想变压器的原边绕组.
同样的,平均开关网络端口 2 的非线性电流产生器可以表示为:

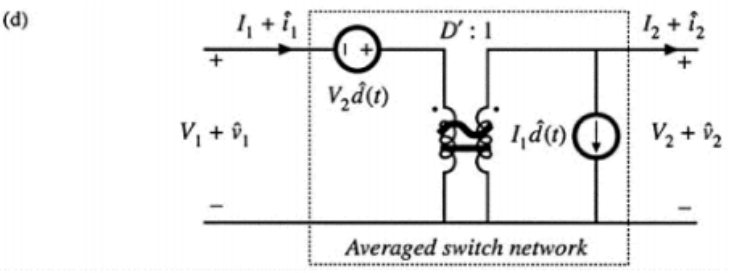
$$(D'-\hat{d}(t))(I+\hat{i}(t))=D'(I+\hat{i}(t))-I\hat{d}(t)-\hat{i}(t)\hat{d}(t) \quad 7.149$$

$\hat{i}(t)\hat{d}(t)$ 是非线性量,在小信号条件下可以忽略. $I\hat{d}(t)$ 是由输入控制量 D 决定的,可以用一个独立的电流源来表示.而 $D'(I+\hat{i}(t))$ 与电感电流有关,等于占空比常量与电感电流 $I+\hat{i}(t)$ 之积.可以用一个受控源来建模表示,这个受控源将演化成为理想变压器的次级绕组.

通过消去非线性分量,以及用 $D':1$ 的理想变压器代替这些非独立的受控源.可以得到一个包含直流及小信号交流的平均开关模型,如图 7.46d 那样的.图 7.47 给出了完整的 BOOST 变换器的平均电路模型.



仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com



.图 7.46 推导图 7.45 所示的 CCM BOOST 变换器平均开关模型

A 开关网络

B 用波形一致的独立源取代开关网络中的开关元件

C 平均开关网络后得到的大信号非线性平均开关模型

D 直流及交流小信号平均开关网络模型

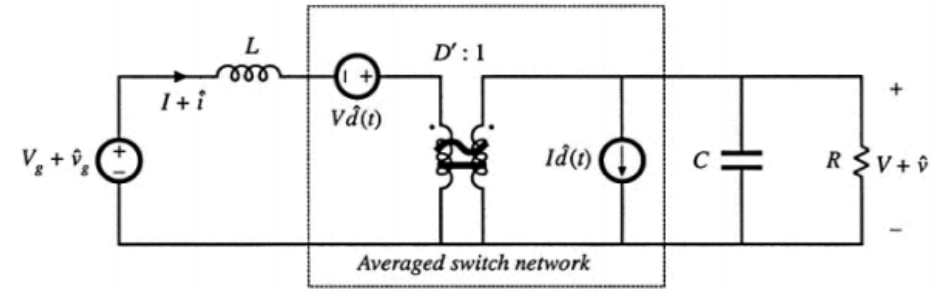


图 7.47 BOOST 变换器直流及小信号交流平均电路模型

通过比较图 7.44b 及 7.47 会发现十分有趣, 这二个平均电路模型是等效的,它们可以得到相同的状态方程解,以及相同的变换器传递函数.但是,由于在图 7,45a 中二个网络端口有同一个参考地,图 7,47 所示的模型是更容易解出,并可以得到更好的物理意义及动态性能描述.图 7,47 的模型揭示了开关网络具有如下功能:

1: 变换器的转换比为 ***D':1***.,变换器依据此对直流及小信号交流电压电流进行变换

2: 通过输入控制量,在变换器电路中引入了交流电压及电流变化量.利用电路平均方法得到的如图 7.47 所示的模型与节 7.2 中用基本交流建模方法得到的图 7.16b 模型完全一致.

接下来,我们考虑图 7.48 的 CCM 模式下的 BUCK 变换器.在这里,我们假设开关网络端口共用同一个参考地.其对应的平均开关网络模型的推导方法与 SEPIC 及 BOOST 变换器一样.选择 $v_1(t), i_2(t)$ 为独立的输入变量,因为这些变量与变换器输入电压 $v_g(t)$ 及电感电流 $i(t)$ 相对应.我们要做的是将这些平均非独立的端点波形 $\langle v_2(t)\rangle_{Ts}, \langle i_1(t)\rangle_{Ts}$ 转化成控制输入量 $d(t)$ 及 $\langle v_1(t)\rangle_{Ts}, \langle i_2(t)\rangle_{Ts}$ 的函数.通过平均图 7.48B 的波形,我们有:

$$\begin{aligned}\langle i_1(t)\rangle_{Ts} &= d(t)\langle i_2(t)\rangle_{Ts} \\ \langle v_2(t)\rangle_{Ts} &= d(t)\langle v_1(t)\rangle_{Ts}\end{aligned} \qquad 7.150$$

通过摄动法及线性化方法,上式可以得到:

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

$$I_1 + \hat{i}_1(t) = D(I_2 + \hat{i}_2(t)) + I_2\hat{d}(t)$$
$$V_2 + \hat{v}_2(t) = D(V_1 + \hat{v}_1(t)) + V_1\hat{d}(t) \qquad 7.151$$

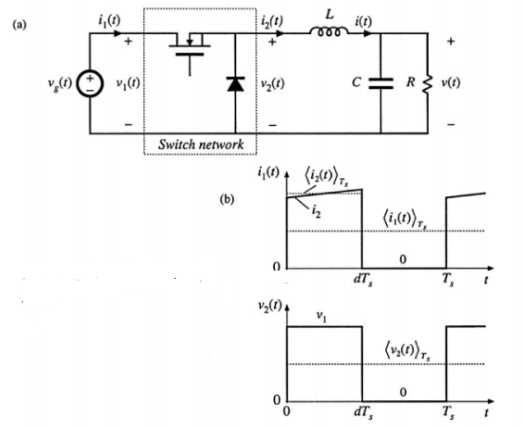


图 7.48 BUCK 变换器 A 电路结构 B 开关波形

图 7.49a 即为方程 7.151 描述的等效电路图,将其代入图 7.48a 中可以得到变换器的平均电路模型.如图 7.49b 所示.同样的,图 7.49b 也揭示了开关网络具有如下功能:

1: 变换器的转换比为 ***1:D***. 变换器依据此对直流及小信号交流电压电流进行变换

2: 通过输入控制量,在变换器电路中引入了交流电压及电流变化量.与图 7.17a 所示的模型完全一致.而且它更容易求解出直流传输比及小信号频率响应结果.

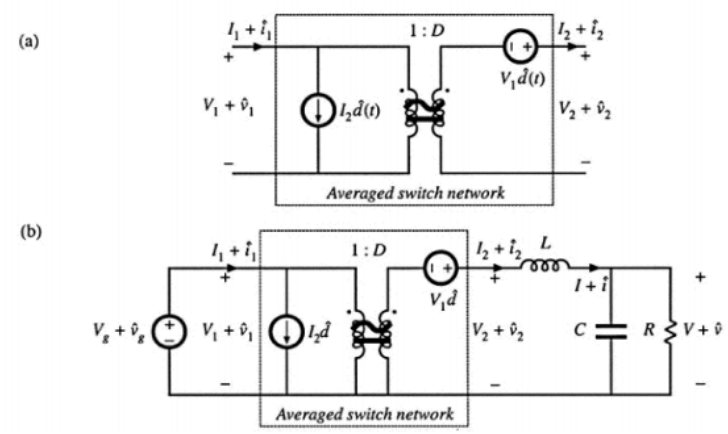


图 7.49 BUCK 变换器平均开关模型 A 直流及小信号交流平均开关模型 B 用平均开关模型取代开关网络后的平均电路模型

BUCK/BOOST/通用二开关这三种基本的开关网络,以及他们对应的平均开关模型如图 7.50 所示.如果引入开关导通损耗及开关损耗,我们可以进一步优化模型.这些以用来预测非理想变换器的电压、电流及效率.7.4.5 及 7..46 节介绍了包含损耗的平均电路模型.

仅作网友学习交流用途!!!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途，
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

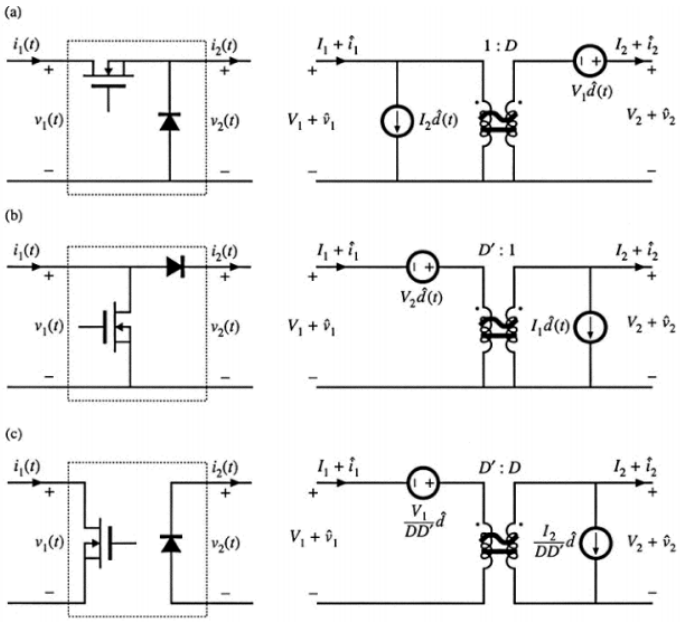


图 7.50 基本的开关网络以及 CCM 下直流及交流小信号平均开关模型
A BUCK 开关网络 BBOOST 开关网络 C 通用二开关网络

7.4.5 包含导通损耗的平均开关建模

加入开关导通损耗的话,平均开关模型可以得到优化.重新分析图 7.37 的 SEPIC 电路.假设昌体管的导通电阻为 ***Ron*** 以及二极管的正向压降为 V_D 均近似为常数.而其他导通及开关损耗均忽略不计.我们的目标是推导一个包含有由在 R 及 V_D 上产生损耗的平均开关模型.定义图 7.39a 为开关网络,而网络端点波形仍就是图 7.38 所示.但是电压波形 ***Ron*** 及 V_D 的存在而有所变化,如图 7.51 所示.我们选择 $v_2(t), i_1(t)$ 作为开关网络独立输入量,和 7.4.1 节一样,他们的平均值为:

$$\langle v_1(t)\rangle_{Ts} = d(t)R_{on}\left(\langle i_{L1}(t)\rangle_{Ts} + \langle i_{L2}(t)\rangle_{Ts}\right) + d'(t)R_{on}\left(\langle v_{C1}(t)\rangle_{Ts} + \langle v_{C2}(t)\rangle_{Ts} + V_D\right) \quad 7.152$$

$$\langle v_2(t)\rangle_{Ts} = d(t)(\langle v_{C1}(t)\rangle_{Ts} + \langle v_{C2}(t)\rangle_{Ts} - R_{on}(\langle i_{L1}(t)\rangle_{Ts} + \langle i_{L2}(t)\rangle_{Ts})) + d'(t)(-V_D) \quad 7.153$$

接下来,我们要消除 $\langle i_{L1}(t)\rangle_{Ts}, \langle i_{L2}(t)\rangle_{Ts}, \langle v_{C1}(t)\rangle_{Ts}, \langle v_{C2}(t)\rangle_{Ts}$,用开关网络的端点电流及电压形式重新整理上述方程,联立方程7.152,153,我们可以得到;

$$\langle v_{C1}(t)\rangle_{Ts} + \langle v_{C2}(t)\rangle_{Ts} = \langle v_1(t)\rangle_{Ts} + \langle v_2(t)\rangle_{Ts} \quad 7.154$$

因为电流波形与图 7.38 所示的一样,故方程 7.134 可以用在此处:

$$\langle i_{L1}(t)\rangle_{Ts} + \langle i_{L2}(t)\rangle_{Ts} = \frac{\langle i_{L1}(t)\rangle_{Ts}}{d(t)} \quad 7.155$$

仅作技术交流,勿做商业用途!!!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途，
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

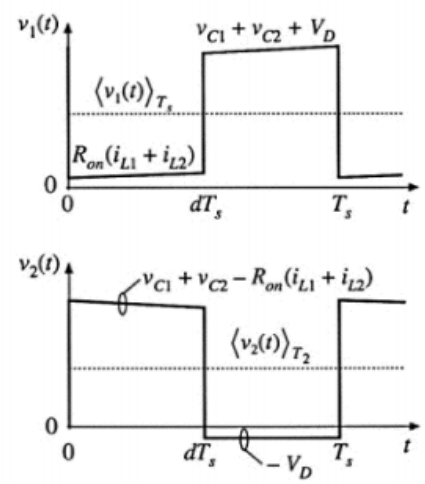


图 7.51 考虑导通电阻 *Ron* 及二极管正向压降后的网络端点 $v_1(t), v_2(t)$ 的电压波形

将方程 7.154/7.155 代入方程 7.152,得到:

$$\langle v_1(t)\rangle_{Ts} = R_{on}\langle i_1(t)\rangle_{Ts} + d'(t)(\langle v_1(t)\rangle_{Ts} + \langle v_2(t)\rangle_{Ts} + V_D) \qquad 7.156$$

从方程 7.156 可以解出电压 $\langle v_1(t)\rangle_{Ts}$:

$$\langle v_1(t)\rangle_{Ts} = \frac{R_{on}}{d(t)}\langle i_1(t)\rangle_{Ts} + \frac{d'(t)}{d(t)}(\langle v_2(t)\rangle_{Ts} + V_D) \qquad 7.157$$

由 7.4.2 节方程 7.137 可以得到平均电流的方程:

$$\langle i_2(t)\rangle_{Ts} = \frac{d'(t)}{d(t)}(\langle i_1(t)\rangle_{Ts}) \qquad 7.158$$

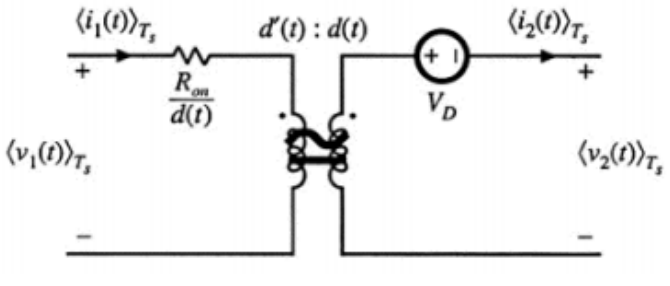


图 7.52 图 7.50 所示的通用二开关网络的大信号平均开关模型,该模型考虑到了晶体管导通电阻 *Ron* 及二极管正向导通压降 V_D

方程 7.157/7.158 即为开关网络端点平均方程.其等效的电路如图 7.52 所示.信号源发生器与晶体管占空比有关,最终会合并到变比为 $d'(t):d(t)$ 的理想变换器中去成为其绕组.这部分的模型与之前的理想开关网络模型一样.分量 R_{on}/d 及 V_D 是开关网络中的导通损耗.这样一个大信号非线性模型.如果需要的话,我们可以通过微扰动法及线性化法最终得到小信号交流模型.

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

图 7.52 所示的模型同样十分适合计算机仿真求解.我们举例说明,考虑图 7.53a 所示的 BUCK-BOOST 变换器,导通阻抗为 $R_{on}=50m\Omega$,二极管正向导通压降为 $V_D=0.8V$,负载电阻为 $R_L=100m\Omega$ 用来模拟电感铜损.其他所有损耗均忽略.图 7.53b 即为用图 7.52 所示的平均开关模型取代的开关网络后的平均电路模型.

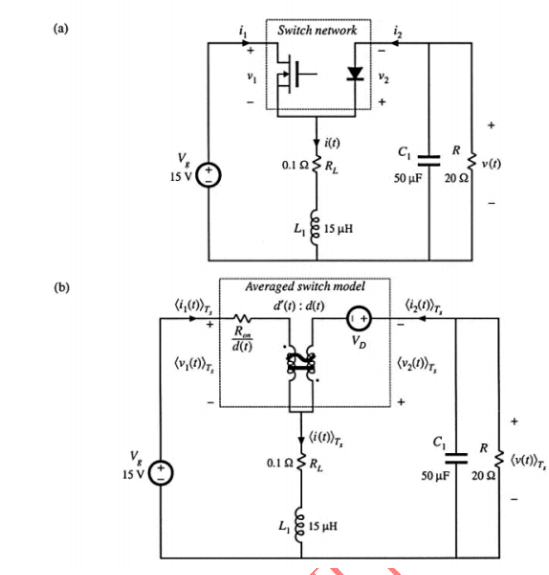


图 7.53 BUCK-BOOST 变换器实例:A 电路结构图 B 平均电路模型

我们现在来研究变换器输出电压如何从零初始状态到达稳态值.可以用瞬态仿真来模拟变换器波形.我们可以比较 7.53a 7.53b 二种不同的电路模型的响应结果.附录 B.1 有关于仿真的详细执行过程.图 7.54 给出了启动瞬间电感电流及输出电压波形.在通过平均电路模型的仿真波形中可以看到,开关纹波已经被消除了.但是电路的其他瞬态特性与开关电路得到的波形十分接近.平均电路模型的仿真波形可以用来预测变换器稳态及动态响应,同样也可以用来进行效率及损耗分析.

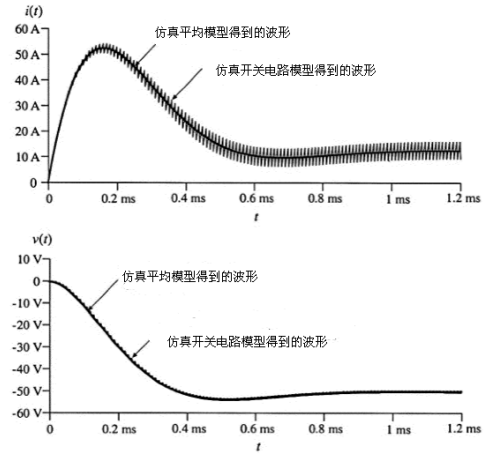


图 7.54 通过对图 7.53A 的开关转换电路及图 7.53B 的平均电路模型仿真得到的波形

仅作技术交流用，非商业用途!!!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途，
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

7.4.6 包含开关损耗的平均开关建模

通过平均开关模型可以对开关损耗进行建模.例如对 CCM 工作模式下的 BUCK 变换器来说,假设晶体管是理想的,而二极管的反向恢复特性如章节 4.3.2 所描述的那样.可以得到简化的开关波形图 7.55 所示.刚开始,二极管续流同时晶体管关断,当晶体管开关瞬间,有一个负的电流流经二极管所以晶体管电流 I1 超过了电感电流.这个时间即是用来消除二极管反向恢复电荷的时候也就是反向恢复时间.

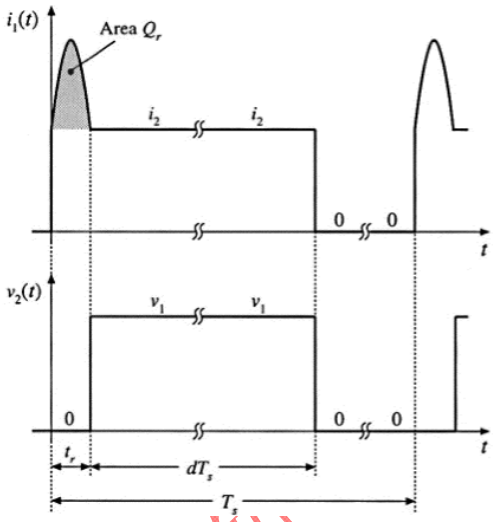


图 7.55 包括开关损耗的 BUCK 变换器开关波形

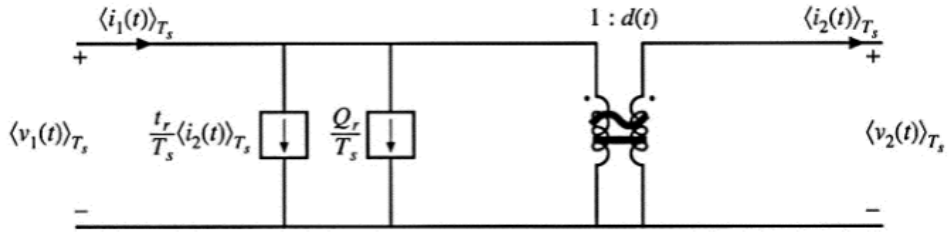


图 7.56 包含有开关损耗的大信号平均开关模型

我们假设二极管是“十分灵敏”的,所以在反向恢复时间里二极管压降是十分小的.当反向恢复完成后,二极管关断,同时二极管二端电压 v_2 马上跳变为 $v_1 = v_g$,为了简化起见,导通损耗及其他开关损耗忽略不计.

我们选择 $v_1(t), i_2(t)$ 作为二端口开关网络的独立输入量,.并推导平均非独立端点的波形 $\langle v_1(t)\rangle_{Ts}, \langle i_2(t)\rangle_{Ts}$ 的平均值等效于 $i_1(t)$ 在这区间内与 ***Ts*** 的比值.

$$\langle i_1(t)\rangle_{Ts} = \frac{1}{T_s}\int_0^{T_s} i_1(t)dt = \frac{1}{T_s}(Q_r + t_r\langle i_2(t)\rangle_{Ts} + dT_s\langle i_2(t)\rangle_{Ts}) \quad (159)$$

$$= \frac{Q_r}{T_s} + \frac{t_r}{T_s}\langle i_2(t)\rangle_{Ts} + d\langle i_2(t)\rangle_{Ts}$$

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

$d(t)$ 是晶体管有效占空比,如图 7.55 所示,即为晶体管开通时间减去二极管反向恢复时间. $v_2(t)$ 的值为:

$$\langle v_2(t)\rangle_{Ts} = d\langle v_1(t)\rangle_{Ts} \qquad 7.160$$

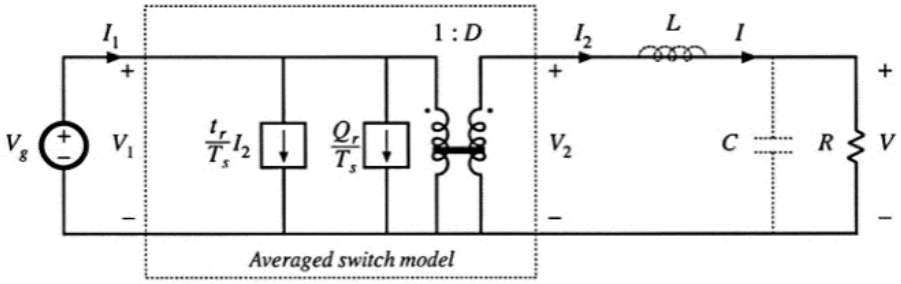


图 7.57 BUCK 变换器损耗分析,直流等效电路

方程 7.159/7.160 表达了开关网络平均端点之间的相互关系.图 7.56 即为其对应的等效电路.与晶体管有效占空比 ***d(t)***相关的信号发生器组成了一个理想的变压器.为了得到完整的模型,我们将反向恢复电荷 ***Qr*** 及反向恢复时间 ***Tr*** 写成是电流 $\langle i_2(t)\rangle_{Ts}$ 的函数,这是一个大信号平均化开关模型.它可以解释图 7.55 所示的理想化波形.如果愿意的话,我们可以通过扰动法及线性化法来得到其小信号交流模型.

图 7.56 所示的模型具有如下物理意义:晶体管的有效占空比为 ***d(t),***它也是直流变压器的占空比,它反映了从开关输入到输出的无损功率传输开关特性.附加的电流源反映了开关损耗.注意到二个信号源都是消耗能量的,这总的开关损耗是:

$$P_{sw} = \langle v_1(t)\rangle_{Ts}\left(\frac{Q_r}{T_s} + \frac{t_r}{Ts}\langle i_2(t)\rangle_{Ts}\right) \qquad 7.161$$

这些信号源同时也准确地反映了开关损耗如何增加平均开关输入电流的.将模型图 7.56 插入原始的变换器电路中(图 7.48a),让其他所有的波形等于其稳定时的值,可以得到 7.57 所示的稳态模型.用这个模型可以估计稳态输出电压为:

$$V = DV_g \qquad 7.162$$

为了求得效率,我们必须计算平均输入及输出功率.变换器输入功率为:

$$P_{in} = V_g I_g = V_g\left(\frac{Q_r}{T_s} + \frac{t_r}{Ts} I_2 + DI_2\right) \quad 7.163$$

平均输出功率为:

$$Pout = VI_2 = DV_g I_2 \quad 7.164$$

则整个变换器效率为:

$$\eta = \frac{Pout}{Pin} = \frac{1}{\frac{Q_r}{DTI_s} + \frac{t_r}{DTs} + 1} \qquad 7.165$$

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

注意到,此时的效率不是简单地等效为V/DV_g.

7.5 标准电路模型

分量了一些开关变换器的交流等效电路模型的推导过程,现在我们来对这些结果进行研究,所有的 CCM PWM DC-DC 变换器都具有相类似的基本性能.首先,他们能理论上以 100%效率的传输电流电压.其次,他们包含对波形的低通滤波.同时为了消除高频开关纹波,滤波也会影响低频电压和电流的变化.最后,变换器波形可以通过改变占空比来控制.

我们希望变换器有相类似的物理特性也有相类似的等效电路模型,因此,我们定义一个标准电路模型,它可以用来准确描述所有变换器的基本特性(如上面说的三点).任何 CCM PWC DC-DC 变换器的交流等效电路均可以转换为这种标准形式..这样我们可以更深入其物理意义,并比较变换器的交流特性.标准模型在以后几章中继续使用,它一种通用的变换器现象分析方法,不需要参考一个特定的变换器.所以标准电路模型可以用来定义及讨论变换器的物理交流特性.

在本节中,基于物理参数,建立了标准电路模型.同时用实例说明了变换器如何从等效电路转化为标准电路形式的过程,最后,将几种基本的理想变换器的标准电路参数列在表中进行对比分析.

7.5.1 标准电路模型的推导

在标准电路模型中,物理量收集在一起.在某一个时刻,图 7.58 所示,变换器包含功率输入端口$v_g(t)$及控制输入商口$d(t)$.同时输出端口及负载电压$v(t)$.如第三章分析结果,任何 CCM PWM DC-DC 变换器的基本功能是以 100%的效率传输电压及电流.如图 7.58a 所示,我们将这个特性用一个理想直流变压器来表示,且其有效匝比为 ***1:M(D),M*** 即为传输比.传输比是稳态占空比的函数.第三章说过,如果需要的话,可以加入 电阻及其他元件来建模变换器的损耗以进一步优化模型.

输入端口$v_g(t)$缓慢变化会导致输出电压$v(t)$的交流变化.图 7.58B 所地,我们希望这些变化也能够以传输比 ***M*** 的比例进行转换.

变换器是必须包含有无功元件用来滤掉开关谐波并用来储存能量.为了得到很小的输出纹波,无功元件必须组成一个截止频率无穷开关频率的低通滤波网络.该低通滤波器的同样可以反映交流线电压的变化是如何影响输出电压的.所以模型中必须包含一个有效的低通滤波器,如图 7.58C 所示.此图反映的输入对输出的传递函数为:

$$G_{vg}(s)=\frac{\hat{v}(s)}{\hat{v}_g(s)}=M(D)H_e(s) \quad 7.166$$

$H_e(s)$是在负载为 ***R*** 下的低通滤波器的传递函数.当负载是非线的性时候,***R*** 是一个增加的负载电阻.这个有效的低通滤波器也影响变换器的其他性能,例如: 小信号输入输出阻抗.必须注意的是,在这个低通滤波器中的元件的值可以不必要与变换器中实际的值一样,通常情况

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

下,低通滤波器的元件值,传递函数和端口阻抗都会随着静态工作点的变化而变化.这可以从后面的章节可以看到.

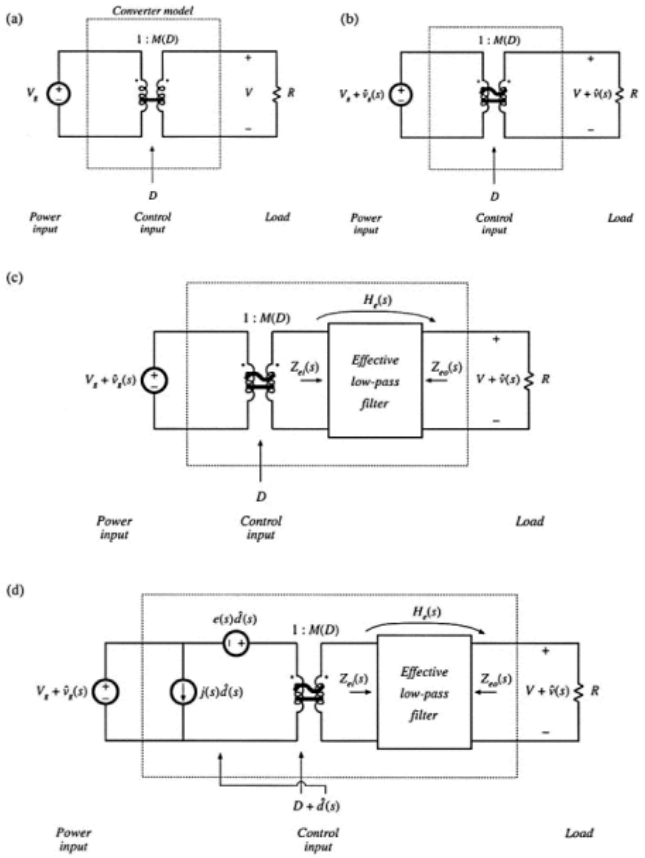


图 7.58 基于物理参数推导标准电路模型

A 直流变压器模型
B 交流变化量的隔离
C 无功元件组成的有效低通滤波器
D 交流占空比变化量的隔离

输入控制量的变化量$\hat{d}(t)$,特别的,如占空比变化量,同样也会导致变换器电压电流的交流变化.因此 ,模型中应该要包含由$\hat{d}(t)$引起的电压电流源.在上节的例子中,我们看到了电压源与电流源同时出现了,且分布于电路模型中.那么我们可能将$\hat{d}(t)$源经过变换放在等效电路的输入侧. 这个过程中,这些"源"变成频率独立的源,在下节中可以看到一个实例,通常,这些源可以组合变换成一个单一电压源$e(s)\hat{d}(t)$和一个单一电流源$j(s)\hat{d}(t)$.如图 7.58d 所示.利用这个模型我们可以推出小信号控制对输出的传递函数为:

$$G_{vd}(s)=\frac{\hat{v}(s)}{\hat{d}(s)}=e(s)M(D)H_e(s) \quad 7.167$$

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途，
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

通过将 $v_g(t)$ 变化置为 0,然后可以解得些传递函数,得到非独立的变量 $\hat{v}(s), \hat{d}(s)$.图 7.58D 即为完整的标准电路.它可以用来对任何 PWM CCM DC-DC 变换器的建模.

7.5.2 将 BUCK-BOOST 变换器模型转化为标准电路形式

为了说明标准电路模型的推导过程,我们以 BUCK-BOOST 等效电路为例来举例说明.7.2 章节已经推导出来了 BUCK-BOOST 的小信号交流等效电路,如图 7.16B,现在重新放在图 7.59 中.为了推导标准电路形式,我们首先将所有的独立 $d(t)$ 信号源放在网络左边,而将电感放在右边并整合得到变压器.

$(V_g - V)d(t)$ 电压源与电感串联,因此他们的相对位置可以对换,在图 7.60 中,电压源即被放在了 ***1:D*** 的理想变压器的初级侧.但这样需要除以变比 ***D***, 同样地,输出侧电流 $I\hat{d}(t)$ 也被移到了 ***D':1*** 的理想变压器的右边,它需要乘以 ***1/D'.***由于 ***D':1*** 变压器的绕组的极性改变,变换器的极性同时也发生了翻转,

接下来,我们需要将 $I\hat{d}(t)/D$ 电流源移到电感的左边,这可以通过利用图 7.60b 的巧妙变换完成,将电流源的地割断连接到节点 A 上.此时用另一个理想的电流源将 A 点连接到地.这个多出来的电流源的电流是流入节点 A 的并不会改变,因此图 7.60a 7.60b 节点电压方程一样,所以它们完全等价.

在图 7.60c 中,并联的电感及电流源可以通过戴维宁等效变换,得到一个串联的等效电感和电压源.

在图 7.60D 中, $I\hat{d}(t)/D$ 电流源放在了变换器的初级侧(这可以将电流源乘以变比 ***D*** 即可以办到).另外,电流源通过上面的变换,移到了电压源 $(V_g - V)\hat{d}(t)/D$ 的前面,此时,信号源的地连接移到了 B 点.然后通过一个理想的信号源将 B 与地连接起来,所以电路的节点方程同样没有改变.

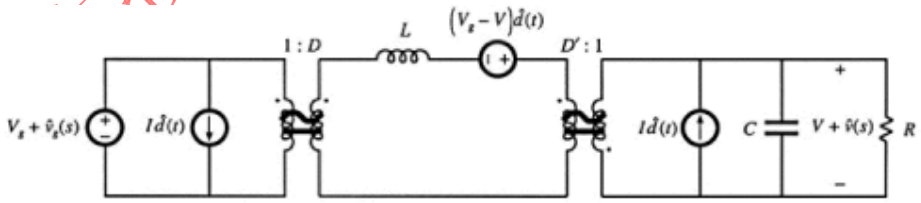


图 7.59 进行标准电路变换前的 BUCK-BOOST 小信号交流模型

技术交流,勿做商业用途!!!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

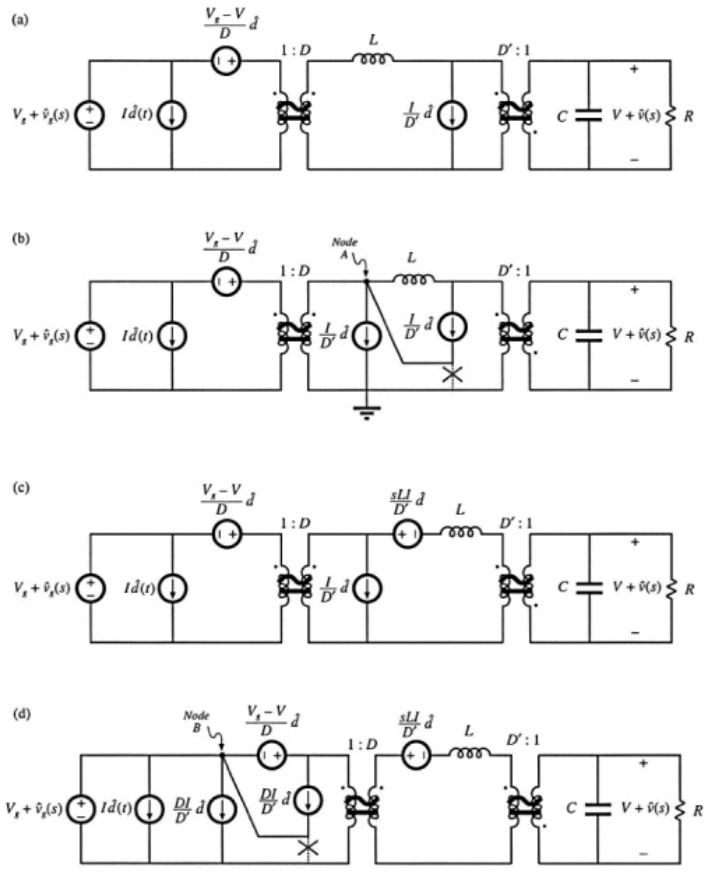


图 7.60 BUCK-BOOST 交流模型转化为标准电路模型的步骤

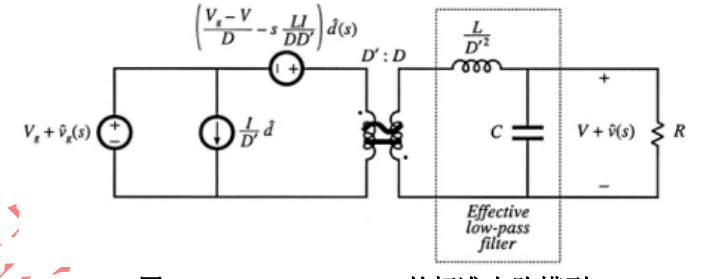


图 7.61 BUCK-BOOST 的标准电路模型

图 7.61 即为转化的最终模型.电感被移到 ***D':1*** 的变压器的次级侧(通过乘以变比的平方).而 $sLI\hat{d}(t)/D'$ 电压源通过除以变比 ***D*** 可以移到 ***1:D*** 变压器的初级侧.将电压源电流源整合及将二个变压器整合在一起形成一个 ***D':D*** 的变压器,这样电路即为标准的模型.

可以看到,低通滤波器的电感不是仅仅等于变换器是的实际电感量 ***L***,而是等于 L/D'^2.在不同的静态工作点,有不同的 ***D'***,有效电感的值也会改变.对应的结果是,低通滤波器的传递函数,输入阻抗,输出阻抗均会因为静态工作点的改变而改变.这个变化的原因即为 ***D':1*** 变压器的存在.从 7.61 可以看到,$\hat{d}(t)$ 电压发生器的系数为:

$$e(s) = \frac{v_g - v}{D} - s\frac{LI}{DD'} \qquad 7.168$$

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途，
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

将方程 7.29 代入,化简可得:

$$e(s) = -\frac{v}{D^2}\left(1 - s\frac{DL}{D'^2R}\right) \quad 7.169$$

当我们将输出电流源 $I\hat{d}(t)$ 放在电感之前的时候,我们就得到了一个包含与频率有关的电源,那么 $e(s)\hat{d}$ 这个电压源就是与频率有关的.

7.5.3 常用变换器的标准电路参数

理想的 CCM PWM DC-DC 变换器包含有一个电感和电容,所以低通滤波器必须包含一个电感及一个电容.标准电路模型简化成 7.62 所示的样子.假设直接与负载并联,表 7.1 整理列出了基本的 BUCK BOOST BUCK-BOOST 标准电路的相关参数.再一次,必须指出有效等效电感 ***L*** 不仅仅与真实电感值有关,而且与静态工作时的占空比 ***D*** 有关.更进一步,通常情况下,流入此电感的电流和实际电感上的电流 $I + \hat{i}(t)$ 也不相符.

Converter	$M(D)$	L_e	$e(s)$	$j(s)$
Buck	D	L	$\frac{V}{D^2}$	$\frac{V}{R}$
Boost	$\frac{1}{D'}$	$\frac{L}{D'^2}$	$V\left(1-\frac{sL}{D'^2R}\right)$	$\frac{V}{D'^2R}$
Buck-boost	$-\frac{D}{D'}$	$\frac{L}{D'^2}$	$-\frac{V}{D^3}\left(1-\frac{sDL}{D'^2R}\right)$	$-\frac{V}{D'^2R}$

表 7.1 理想 BUCK BOOST BUCK-BOOST 标准电路模型参数

图 7.62 所示的模型能够通过常规线性电路的方法来求解,可以求出我们比较感兴趣的一些特性:如变换器的传递函数,输入输出阻抗等.一些变换器隔离的 BUCK,.BOOST,BUCK-BOOST 的变换器,如全桥,正激,反激等,如果能够得到一个准确的变换器匝比,那么可以用 7.62 所示的等效电路以及表 7.1.来建模分析.

7.6 脉宽调制器(PWM 调节器)的建模

至此,我们已经达到了既定目标,也就是如本章开始所述,得到如图 7.1 所示的开关变换器的有效的等效电路模型.还有一个细节就是:对脉宽调制器进行建模.PWM 调整器框图如 7.1 中所示,它用来产生一个逻辑信号 $\delta(t)$ 去控制变换器的功率管的通断.这个逻辑信号 $\delta(t)$ 是周期性的,其频率为 f_s 占空比为 $d(t)$ .PWM 调整器的输入为模拟控制信号 $v_c(t)$,PWM 模块的功能是产生一个正比于这个模拟控制量的占空比.

仅作技术交流!!!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

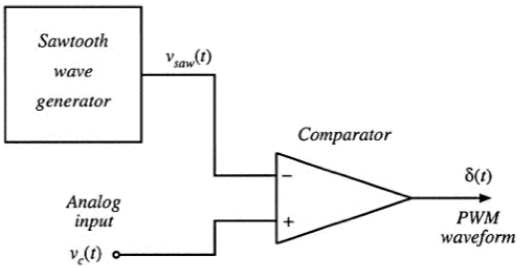


图 7.63 简单的 PWM 模块电路

图 7.63 是一个简单的 PWM 模块电路图,锯齿波产生器用来产生如图 7.64 所示的锯齿波电压 $v_{saw}(t)$.其峰峰值为 V_M .锯齿波的频率即为变换器的开关频率 f_s .比较器用来比较控制电压 $v_c(t)$ 及锯齿波的电压大小.当控制电压 $v_c(t)$ 高于锯齿波电压的时候,比较器输出一高平信号,反之则输出低平信号.7.64 即为典型的波形.

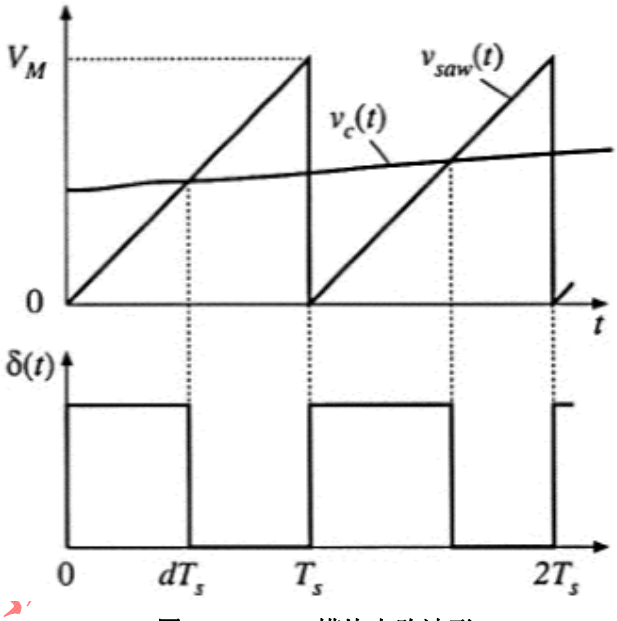


图 7.65 PWM 模块电路波形

假设锯齿波电压 $v_{saw}(t)$ 有最小值为 0,那么无论 $v_c(t)$ 是小于 0 还是等于 0 占空比都是为 0.当 $v_c(t)$ 大于等于 V_M 的时候,占空比为 1.如果在一个开关周期内,锯齿波电压与时间 ***T*** 成线性变化的关系,那么在 $0 \le v_c(t) \le V_M$,占空比 ***D*** 将是 $v_c(t)$ 的线性函数,因此,我们可以得到:

$$d(t) = \frac{v_c(t)}{V_M} \quad 0 \le \mathrm{v_c}(t) \le V_M \qquad 7.170$$

这个方程也即是脉宽调制器的输入输出方程.

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com

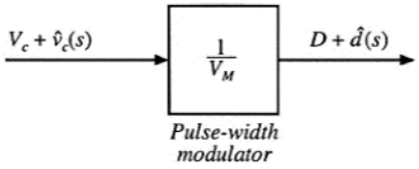


图 7.65 PWM 模块框图

为了与之前的章节的扰动法及线性化方法模型一致,我们对 7.170 式采取小信号扰动:

$$\begin{aligned} v_c(t) &= V_c + \hat{v}_c(t) \\ d(t) &= D + \hat{d}(t) \end{aligned} \qquad 7.171$$

将 7.171 代入方程 7.170 中有:

$$D + \hat{d}(t) = \frac{V_c + \hat{v}_c(t)}{V_M} \qquad 7.172$$

图 7.65 即为方程 7.172 的表示框图,PWM 调制器具有线性增益为 $1/V_M$ 根据方程二边系数相等,可以得到:

$$\begin{aligned} D &= \frac{V_c}{V_M} \\ d(t) &= \frac{\hat{v}_c(t)}{V_M} \end{aligned} \qquad 7.173$$

所以变换器的静态占空比实际上由 $v_c(t)$ 决定的.

图 7.65 所示的 PWM 模型在绝大多数应用场合中是足够精确了,但是,必须要指出的是,PWM 同样引入了对波形的采样,虽然模拟输入信号量 $v_c(t)$ 是时间的连续函数,但他在每个开关周期内只能对应一个离散的占空比.因此,PWM 会对波形进行采样,采样的频率即为开关频率 FS.这样,就需要更精确的模型来描述,图 7.66 即为一个更精确的调制器模块框图.实际中,采样定理约束了交流变化量有用的频率是远小于开关频率.设计者需要保证控制系统带宽是小于 NYQUIST 频率 $f_s/2$.

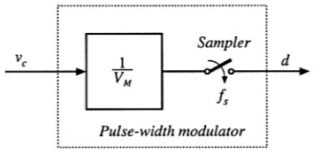


图 7.66 包含采样部分的更为精确的 PWM 模块

控制信号 $v_c(t)$ 中显著的高频变化也同样会改变 PWM 的行为,最常见的例子是,当 $v_c(t)$ 包含有开关纹波的时候,并将它引入反馈环路,对此现象许多研究人员进行过研究,在第十二章中也分析了电流控制型变换器中电感纹波对传递函数的影响.但是由了 PWM 调制器是一个对噪声及其敏感的部分,我们最好避免将与开关频率接近或是更高且幅值大的分量引入控

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途 ,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com
仅作技术交流,勿做商业用途!!!

制信号 $v_c(t)$ 中.

致 谢

www.21dianyuan.com 平台

小组成员(不一定全部包括),谢谢大家的无偿努力!!!

yujiao 于工
feihe
michael wang 王工
maogang 毛工
eric wen 7 章
hdxx8011
myship 马工
jacky_zhang1975 张工 3 章,10 章
sdcxwangwei 王工
NIUBI1

.....

排名不分先后,还有很多网友给出了建议,在此一并致谢!!!

<<电力电子基础>>译文交流专用 QQ 群: 55503889

仅作技术交流,勿做商业用途!!!

仅为 www.21dianyuan.com 网友作学习交流,严禁用于商业用途,
有疑问请联系:eric.wen.tx@gmail.com