Boost，升压型变换器，顾名思义，用于将一个较低的输入电压升高到一个所需的输出电压，以最经典的直流升压变换器为例进行介绍。

1. 拓扑稳态分析

如图 1.1 所示，为最基本的直流升压变换器，图中器件均为理想元器件。开关 SW1 以固定频率重复开通关断，这种开关行为在 L, SW1 和 D1 连接点产生一串脉冲，L 和 C 形成输出滤波器将这种脉冲串滤波产生一个直流输出电压 Vout。

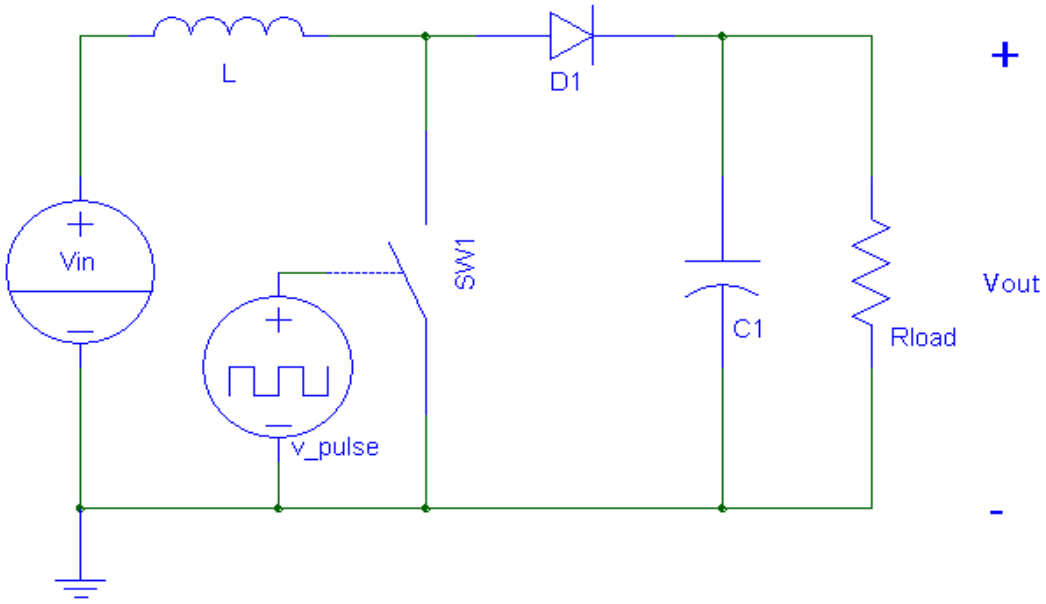


图 1.1 基本的直流升压变换器

当开关器件工作在导通状态时，电感器 L 储能，其电流以斜率 Vin/L 上升；二极管 D1 阳极电位等于地电平，阴极电位等于输出电压值，所以 D1 反偏阻断，电容 C1 为负载提供输出电流；

而当开关器件工作于截止状态，由于电感电流不能突变，电感产生反方向的感应电压，使 D1 正向导通，储存在电感器的能量为负载提供输出电流同时为电容 C1 充电，电感电流以斜率(Vout-Vin)/L 下降。

1) 功率变换器的稳定状态

稳定状态即指每个开关周期为前一开关周期的复制，则要求开关导通时电感电流的增加量ΔI_{ON}等于开关截止时的电流减少量ΔI_{OFF}。(伏秒法则是描述稳定状态的另一方法，但是出发点都是一致的)

根据变换器稳定状态下每个开关周期起始(结束)时电感电流的实际值判断变换器的工作模式：稳定状态下若每个周期中电流都回到零，则为断续导电模式(DCM)；若电流回到某一非零值，则称为连续导电模式(CCM)；若恰好在周期结束时回到零，则称为临界连续模式(BCM)，当变换器工作于 BCM 时，可自由选择 DCM 或 CCM 方程。

2) 直流升压变换器 CCM 模式的稳态分析

a) 开关 SW1 导通期间，即 $0 \le t \le DTs$ ，如下图所示，为等效电路。

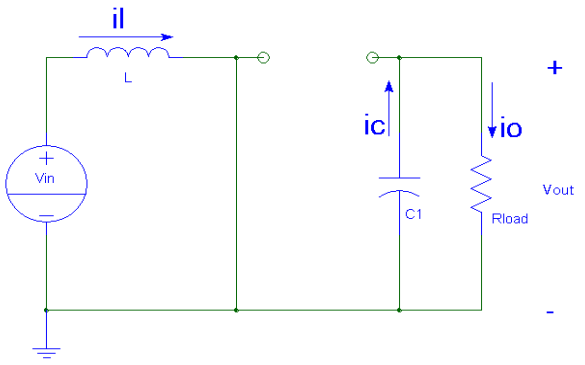


图 1.2 开关器件导通时的等效电路

电感两端电压：

$$V_L(t) := V_{in} \quad (1\text{-}1)$$

电感电流上升，增加量为：

$$\Delta I_{ON} := \frac{V_{in}}{L} \cdot D \cdot Ts \quad (1\text{-}2)$$

b) 开关 SW1 截止期间，即 $DTs \le t \le Ts$ ，如下图所示，为等效电路。

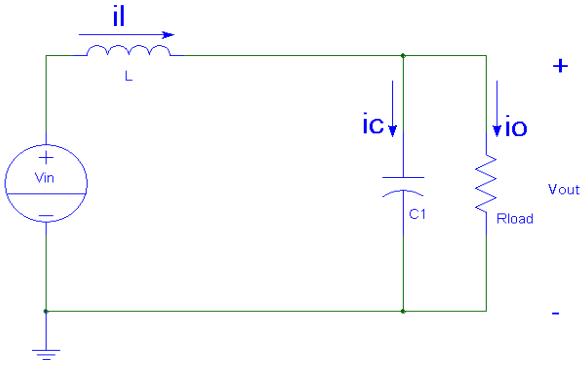


图 1.3 开关器件截止时的等效电路

电感两端电压：

$$V_L(t) := -(V_{out} - V_{in}) \quad (1\text{-}3)$$

电感电流下降，减小量为：

$$\Delta I_{OFF} := \frac{V_{out} - V_{in}}{L} \cdot (1 - D) \cdot Ts \quad (1\text{-}4)$$

由于变换器处于稳态，根据稳态描述方法有：

$$\Delta I_{ON} := \Delta I_{OFF} \quad (1\text{-}5)$$

故有

$$\frac{V_{in}}{L} \cdot D \cdot Ts := \frac{V_{out} - V_{in}}{L} \cdot (1 - D) \cdot Ts \quad (1\text{-}6)$$

由此可得到输出电压与输入电压的关系为：

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} := \frac{1}{1 - D} \quad (1\text{-}7)$$

均为理想器件，即变换器不消耗功率，故输入功率等于输出功率，因此有：

$$V_{in} \cdot I_L := V_{out} \cdot I_{out} \quad (1\text{-}8)$$

对于 boost 电路，输入电流即为电感电流，故有：

$$\frac{I_{out}}{I_L} := 1 - D \quad (1\text{-}9)$$

boost 稳态条件下 CCM 模式相关波形

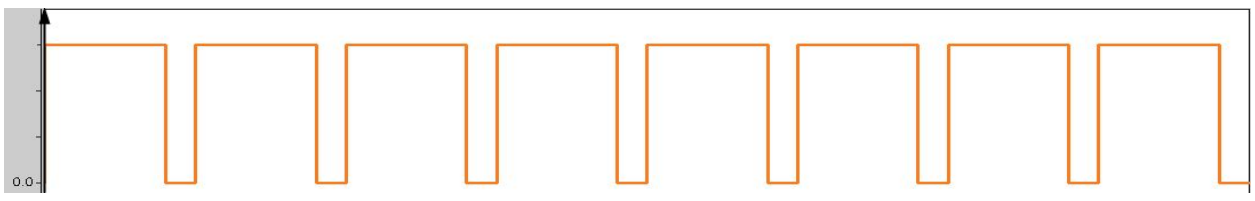


图 1.4 驱动开关 SW1 的 PWM 波

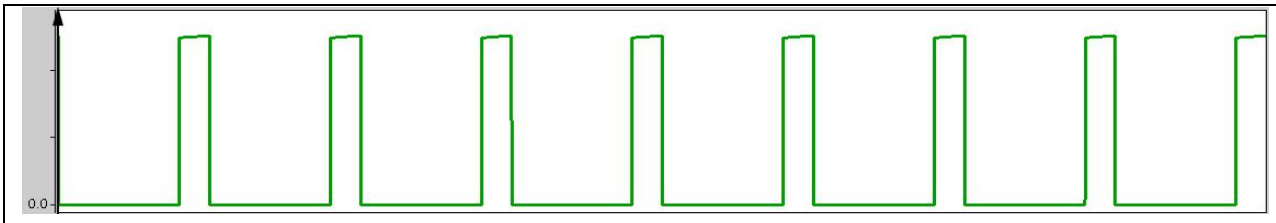


图 1.5 开关 SW1 两端电压波形

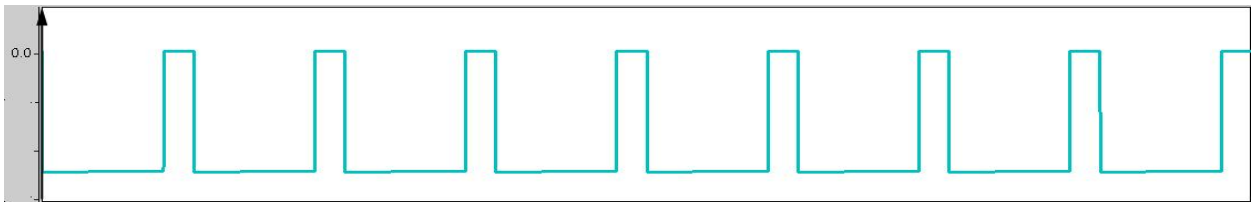


图 1.6 二极管 D1 两端电压波形

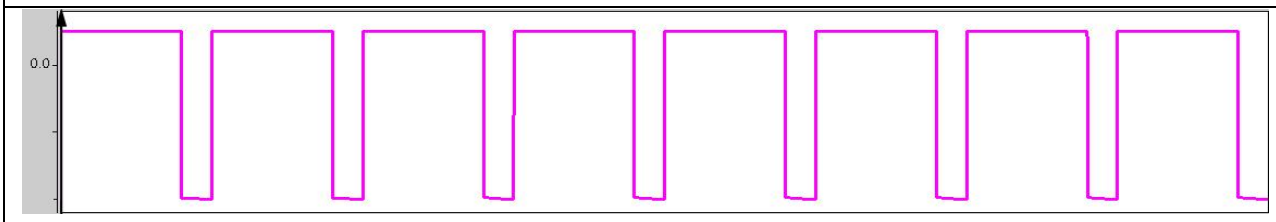


图 1.7 电感 L 两端电压波形

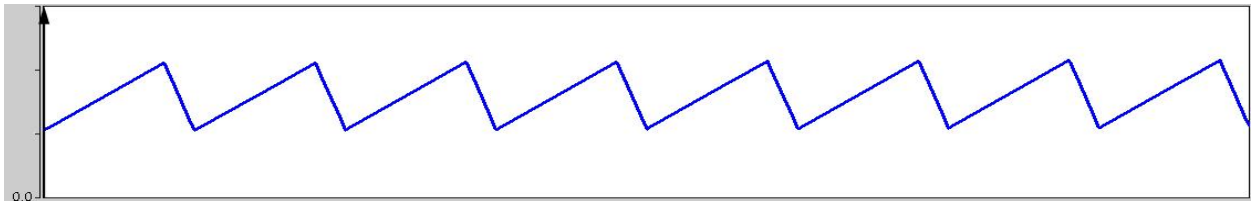


图 1.8 流经电感 L 的电流波形

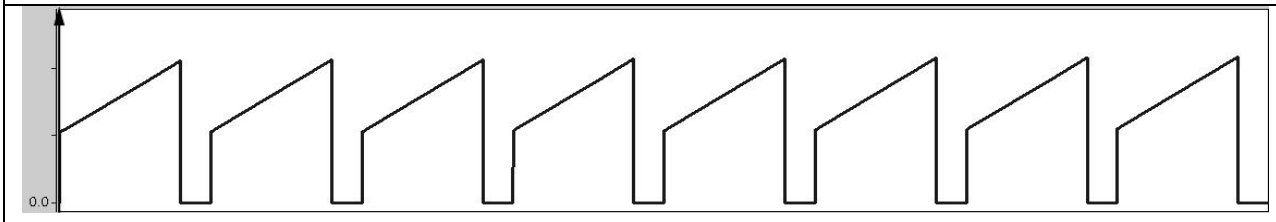


图 1.9 流经开关 SW1 的电流波形

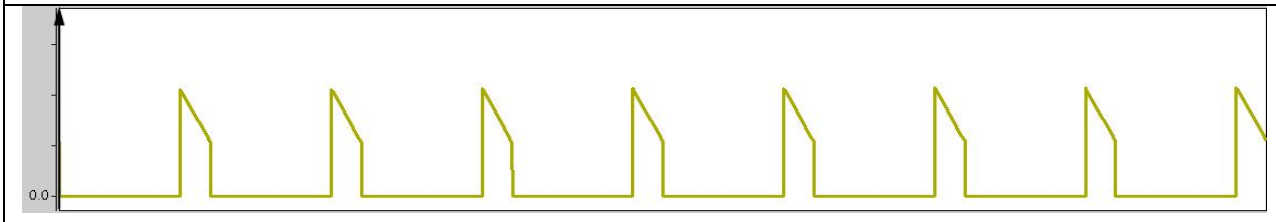


图 1.10 流经二极管 D1 的电流波形

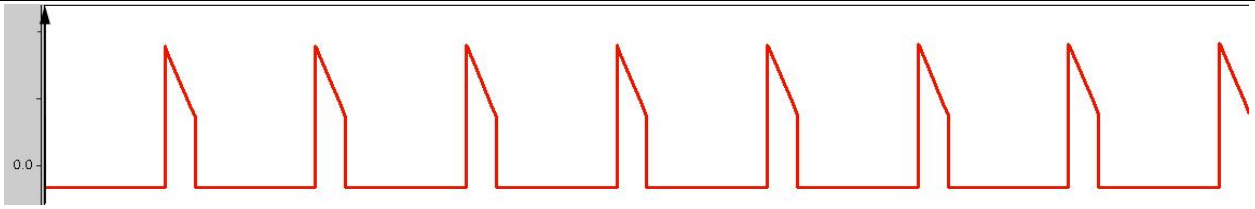


图 1.11 流经输出电容 C1 的电流波形

3) 升压变换器 CCM/DCM 边界条件

boost 在 CCM/DCM 的边界情况是指开关截止期间电感电流从最大值正好减小到零，电流值一旦为零下一个开关周期便开始了。此时电感电流平均值可表示为：

$$I_{LB} := \frac{1}{2} \cdot \Delta I_L \blacksquare \tag{1-10}$$

上式中ΔI_L即指电感纹波电流，CCM/DCM 边界情况的 boost 稳态工作时该值既等于ΔI_{ON}又等于ΔI_{OFF}，因此，

$$\Delta I_L := \frac{V_{in}}{L} \cdot D \cdot Ts \blacksquare \tag{1-11}$$

$$\Delta I_L := \frac{V_{out} - V_{in}}{L} \cdot (1 - D)\, Ts \blacksquare \tag{1-12}$$

计算平均电感电流为：

$$I_{LB} := \frac{V_{in} \cdot D \cdot Ts}{2 \cdot L} = \blacksquare \frac{V_{out} \cdot Ts}{2 \cdot L} \cdot D \cdot (1 - D) \blacksquare \tag{1-13}$$

计算对应的输出电流边界条件为：

$$I_{outB} := I_{LB} \cdot (1 - D) = \blacksquare \frac{V_{out} \cdot Ts}{2 \cdot L} \cdot D \cdot (1 - D)^2 \blacksquare \tag{1-14}$$

由此，对于一个 Vout, L, Ts, Vin 参数确定的 boost 电路，工作于 CCM 模式的输出负载电流应满足：

$$I_{out} > I_{outB} := \frac{V_{out} \cdot Ts}{2 \cdot L} \cdot D \cdot (1 - D)^2 \blacksquare \tag{1-15}$$

或者对于一个 Vout, Ts, Iout, Vin 参数确定的 boost 电路，工作于 CCM 模式的电感值应满足：

$$L > L_B := \frac{V_{out} \cdot Ts}{2 \cdot I_{out}} \cdot D \cdot (1 - D)^2 \blacksquare \tag{1-16}$$

以上各式中占空比 D 均指最小占空比。

4) 鉴于 DCM 模式中，一个开关周期存在三个工作状态，电流波形有一段为零，计算就更为复杂一些。因为这一点，尽管变换器工作在 DCM 比 CCM 有更多优点，工程师仍一般选择使自己设计的开关电源工作于 CCM 模式。因此本文将不对 DCM 模式做详细的分析和计算，包括后面的传递函数、环路计算均针对 CCM 模式进行。

5) 考虑杂散参数的 boost 拓扑

如图 1.12 所示，为加入杂散参数的 boost 主回路，图中增加了两个主要的杂散参数：电感 L 的直流电阻 RI、输出电容 C1 的串联等效电阻 Resr。另外，虽然图中未绘出，但下文计算时也会考虑开关 SW1 的通态压降 Vsw(on)和二极管正向压降 Vd。

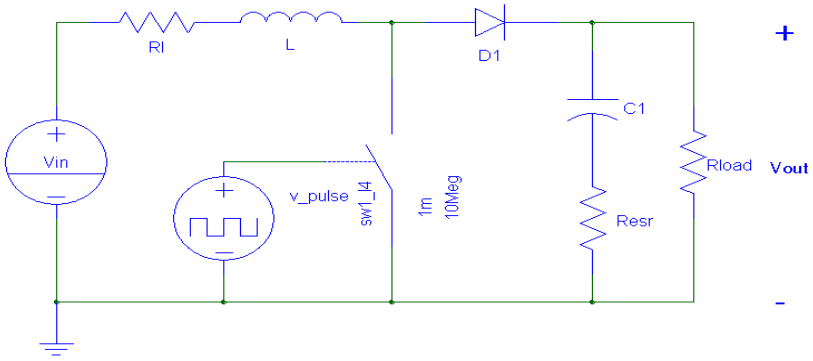


图 1.12 带杂散参数的 boost 主回路

a) 开关 SW1 导通期间，即 $0 \le t \le DTs$

电感两端电压：

$$V_L := V_{in} - V_{sw(on)} - R_L \cdot I_L \quad (1\text{-}17)$$

电感电流上升，增加量为：

$$\Delta I_{ON} := \frac{V_{in} - V_{sw(on)} - R_L \cdot I_L}{L} \cdot D \cdot Ts \quad (1\text{-}18)$$

b) 开关 SW1 截止期间，即 $DTs \le t \le Ts$

电感两端电压：

$$V_L := -(V_{out} + V_d - V_{in} + R_L \cdot I_L) \quad (1\text{-}19)$$

电感电流下降，减小量为：

$$\Delta I_{OFF} := \frac{V_{out} + V_d + R_L \cdot I_L - V_{in}}{L} \cdot (1 - D) \cdot Ts \quad (1\text{-}20)$$

根据稳态描述，可令 a) 和 b) 中两式相等，即电感电流增加量等于减小量，可得出输出电压的稳态等式：

$$V_{out} := \frac{V_{in} - R_L \cdot I_L}{1 - D} - V_d - V_{sw(on)} \cdot \frac{D}{1 - D} \quad (1\text{-}21)$$

6) 本节小结

无隔离型的经典 boost 拓扑在稳态条件下 CCM/DCM 模式的推导其实在相关的开关电源书上都会有详细的推导，而且也比较简单，本节的内容大部分也是借鉴了资料书籍等，只不过做了简化。参考的资料书籍包括《Understanding Boost Power Stages in Switchmode Power Supplies》(TI Application Report)、《开关电源理论与设计实践》(电子工业出版社，梁适安编著)、《精通开关电源设计(Switching Power Supplies A to Z)》(人民邮电出版社，Sanjaya Maniktala[美]著，王志强等译)

2. boost 主回路传递函数推导

在考虑需要解释一下为什么要推导主回路的传递函数吗？好吧，简单解释一下，如图 2.1 所示为开关电源闭环控制系统框图。电源主回路即图中的功率级(Power Stage)有输入电压和占空比两个输入，而其中占空比是控制量，通过改变占空比去调节输出电压。前面的稳态条件计算必须满足变换器的输入电压、负载都维持恒定，且系统无任何外界干扰，但是在实际的应用中输入电压和负载一般都是有一个范围而不是恒定，而且实际上这些信号均存在一定的交流分量，也就是说工作于任一稳态工作点的变换器均会受到扰动，因此必须推导主回路的传递函数来分析其对扰动的响应，从而设计恰当的反馈补偿。

开关电源中的开关元件使电源成为一个强非线性系统，根本无法直接推导传递函数，根据《开关变换器的建模与控制》一书中所述：“首先将变换器电路中的各变量在一个开关周期内求平均，以消除开关纹波的影响；其次将各平均变量表达为对应的直流分量与交流小信号分量之和，消去直流分量后即可得到只含小

信号分量的表达式，达到分离小信号的目的；最后对只含小信号分量的表达式作线性化处理，从而将非线性系统在直流工作点附近近似为线性系统…”

对变换器应用小信号分析方法必须满足两个条件：交流小信号的频率远小于开关频率；变换器的转折频率远小于开关频率。

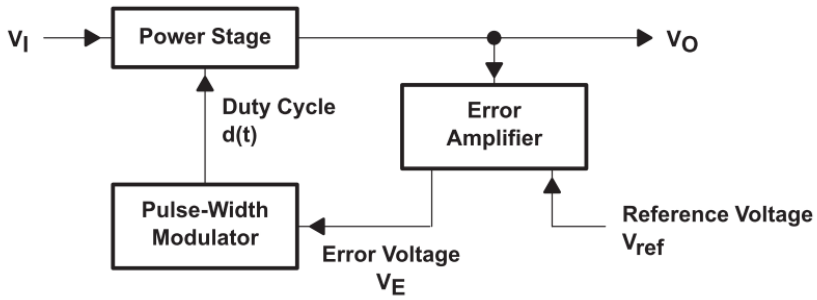
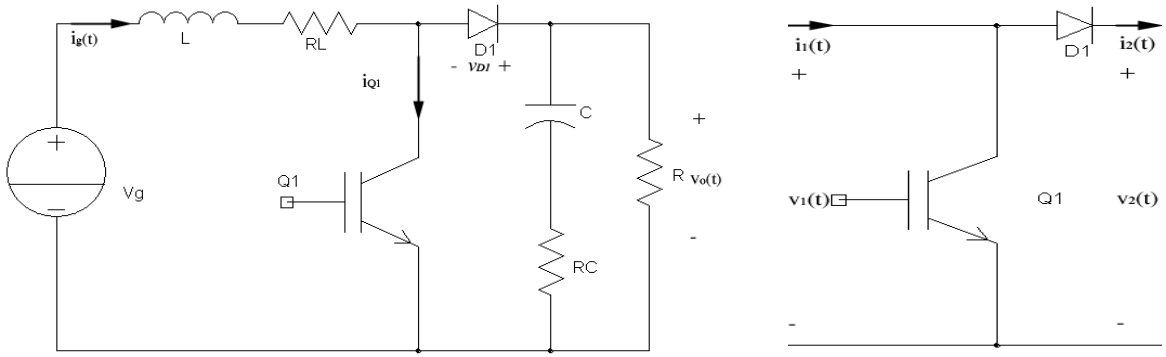


图 2.1 开关电源闭环控制系统框图

由于做公司的 10kW Boost 项目时其实专门针对那个项目写了一份环路技术文件，所以直接拿的那个文件里的图，下面对 boost 传递函数的推导均参见图 2.2(a)，如图所示是包括了杂散参数的 boost 电路。



(a) boost 主回路原理图　　(b) boost 开关网络

图 2.2 boost 主回路

本文采用开关网络平均模型法为 boost 主回路建立小信号等效模型，这种方法是将变换器中的所有开关元件作为一个整体，将其视为一个二端口网络，以这个网络作为研究对象，分析端口变量间的关系建立由受控源构成的等效电路。boost 拓扑中取 Q1 和 D1 两个开关元件组成的电路视为一个开关网络，如图 2.2(b)所示。

其端口变量之间满足如下关系式：

$$\begin{cases} i_2(t)=0, & 0\le t\le dTs \\ i_2(t)=i_1(t), & dTs\le t\le Ts \end{cases} \tag{2-1}$$

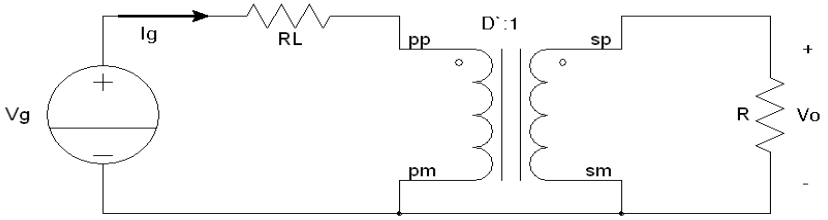
$$\begin{cases} v_1(t)=0, & 0\le t\le dTs \\ v_1(t)=v_2(t), & dTs\le t\le Ts \end{cases} \tag{2-2}$$

选择 $i_1(t)$与 $v_2(t)$为独立变量，$i_2(t)$与 $v_1(t)$为非独立变量，当满足小信号分析的两个条件时，非独立变量的平均变量可用独立变量的平均变量表达为：

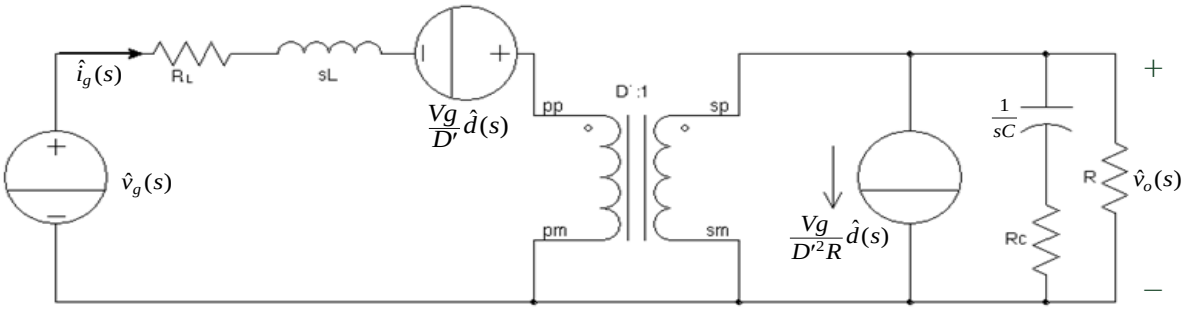
$$< i_2(t) >_{Ts} = (1-d(t)) < i_1(t) >_{Ts} \tag{2-3}$$

$$< v_1(t) >_{Ts} = (1-d(t)) < v_2(t) >_{Ts} \tag{2-4}$$

根据式(2-3)和(2-4)可以建立二端口等效电路，用该等效电路代替原变换器中的开关网络，可以得到变换器的平均变量等效电路。令开关网络等效电路的各平均变量等于其对应的直流分量，可以得到开关网络的直流等效电路为一对受控源，其作用相当于一个可变换直流的理想变压器。将其代换回变换器，并使原变换器中的电感短路、电容开路，电路中瞬时值用直流量表示，可以得到用一个理想变压器表示的 BOOST 变换器的直流等效电路，如图 2.3(a)所示。



(a)直流等效电路



(b)交流小信号等效电路

图 2.3 boost 等效电路

根据图 2.3(a)所示的 boost 变换器直流等效电路建立变换器稳态工作点：

$$Vo = \frac{R \times D'}{R_L + R \times D'^2} \times V_g \tag{2-5}$$

$$I_g = \frac{V_O}{R \times D'} = \frac{1}{R_L + R \times D'^2} \times V_g \tag{2-6}$$

根据图 2.3(b)所示的交流小信号等效电路，并结合求出的静态工作点，可得到 boost 主回路的相关传递函数：

$$Gvg(s) = \left.\frac{v_O(s)}{v_g(s)}\right|_{d(s)=0} = \frac{D'R}{D'^2R + R_L} \frac{1 + sR_CC}{1 + s\dfrac{D'^2RR_CC + L + (R+R_C)R_LC}{D'^2R + R_L} + s^2\dfrac{(R+R_C)LC}{D'^2R + R_L}} \tag{2-7}$$

$$Gig(s) = \left.\frac{i_g(s)}{v_g(s)}\right|_{d(s)=0} = \frac{1}{D'^2R + R_L} \frac{1 + s(R_C + R)C}{1 + s\dfrac{D'^2RR_CC + L + (R+R_C)R_LC}{D'^2R + R_L} + s^2\dfrac{(R+R_C)LC}{D'^2R + R_L}} \tag{2-8}$$

$$Gvd(s)=\left.\frac{v_O(s)}{d(s)}\right|_{v_g(s)=0}=\frac{V_g R(D'^2R-R_L)}{(D'^2R+R_L)^2}\frac{(1-s\frac{L}{D'^2R-R_L})(1+sR_CC)}{1+s\frac{D'^2RR_CC+L+(R+R_C)R_LC}{D'^2R+R_L}+s^2\frac{(R+R_C)LC}{D'^2R+R_L}} \quad (2\text{-}9)$$

$$Gid(s)=\left.\frac{i_g(s)}{d(s)}\right|_{v_g(s)=0}=\frac{2V_gRD'}{(D'^2R+R_L)^2}\frac{1+s\frac{(R+2R_C)C}{2}}{1+s\frac{D'^2RR_CC+L+(R+R_C)R_LC}{D'^2R+R_L}+s^2\frac{(R+R_C)LC}{D'^2R+R_L}} \quad (2\text{-}10)$$

3. boost 主回路传递函数推导示例

本例中，设计以升压变换器驱动音频负载，从 12V 汽车电池中传递约 100W 功率，变换器在轻负载条件下进入 DCM 工作状态，技术指标如下：

$Vin_{min} := 10$ $Vin_{max} := 15$

$Vout := 48$ $\Delta Vout := 0.25$

$Iout_{max} := 2$ $Rload := \frac{Vout}{Iout_{max}} = 24$

$Fsw := 300\cdot10^{3}$

$L := 46.6\cdot10^{-6}$ $RL := 0.005$

$Cout := 3000\cdot10^{-6}$ $Resr := 35\cdot10^{-3}$

计算输入电压为 Vin,min=10V，Rload=24Ω 条件下的 Gvd(s) ：

$D := 0.793$

$M := 1 - D = 0.207$

$$Vout := \frac{Rload\cdot(1-D)}{RL+Rload\cdot(1-D)^2}\cdot Vin_{min} = 48.075$$

$$Gvd_dc := Vin_{min}\cdot Rload\cdot\frac{M^2\cdot Rload-RL}{(M^2\cdot Rload+RL)^2} = 230.001$$

$$f_{rhp} := \frac{M^2\cdot Rload-RL}{2\cdot\pi L} = 3.495\times10^{3}$$

$$f_{esr} := \frac{1}{2\cdot\pi\cdot Resr\cdot Cout} = 1.516\times10^{3}$$

$$Wc := \sqrt{\frac{M^2\cdot Rload+RL}{(Rload+Resr)\cdot L\cdot Cout}} = 554.566$$

$$Qc := \frac{M^2\cdot Rload+RL}{[L+(Rload+Resr)\cdot RL\cdot Cout]\cdot Wc} = 4.577$$

$$Gvd_f := Gvd_dc\cdot\frac{\left(1-\frac{S_f}{2\cdot\pi f_{rhp}}\right)\cdot\left(1+\frac{S_f}{2\cdot\pi\cdot f_{esr}}\right)}{1+\frac{S_f}{Qc\cdot Wc}+\frac{(S_f)^2}{Wc^2}}$$

绘制该 Gvd(s)的幅频曲线和相频曲线：

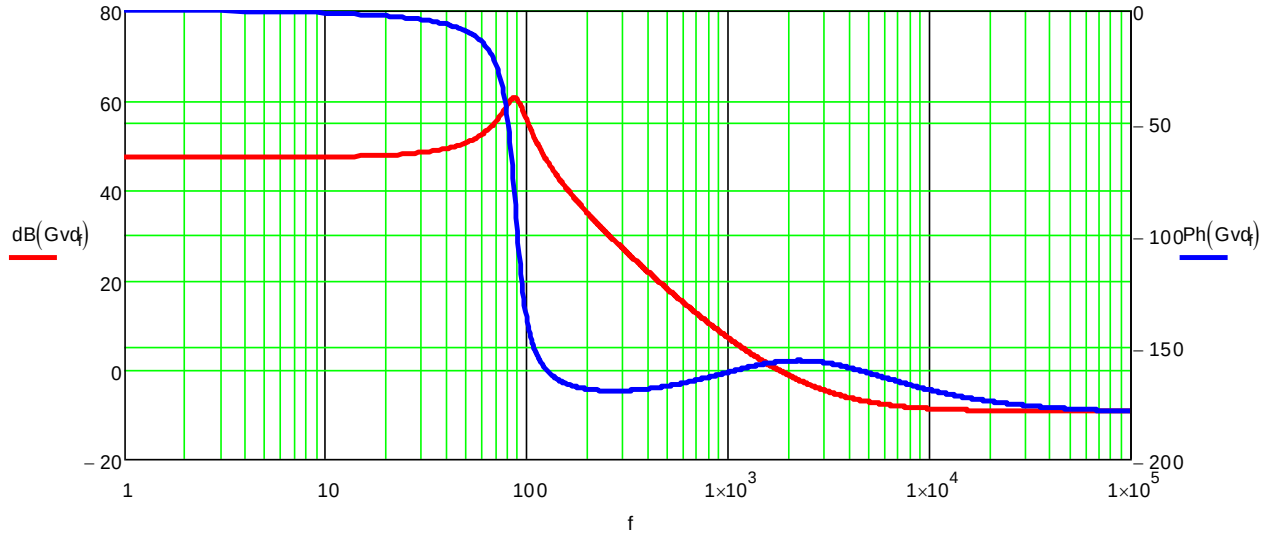
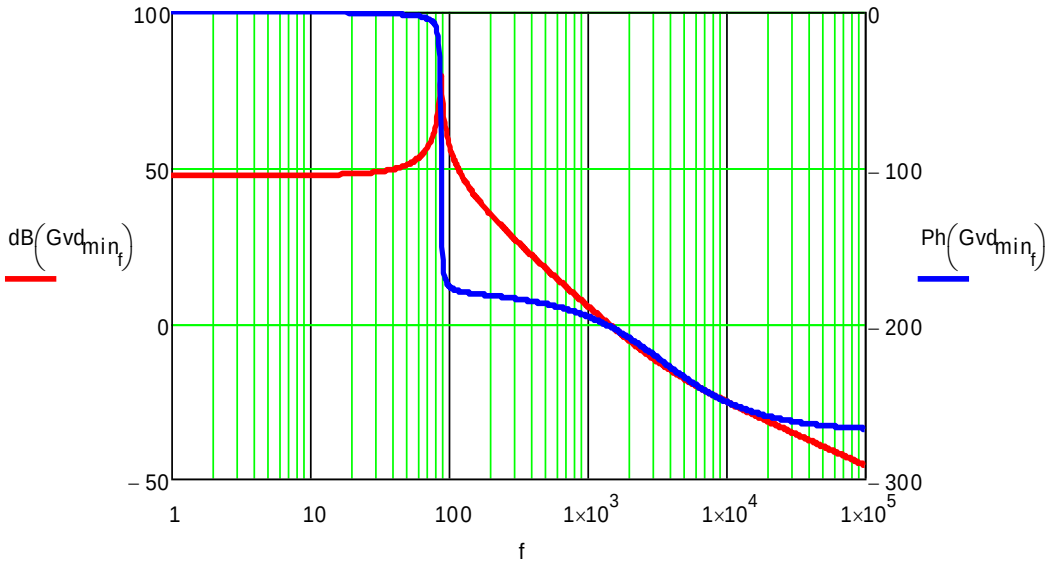
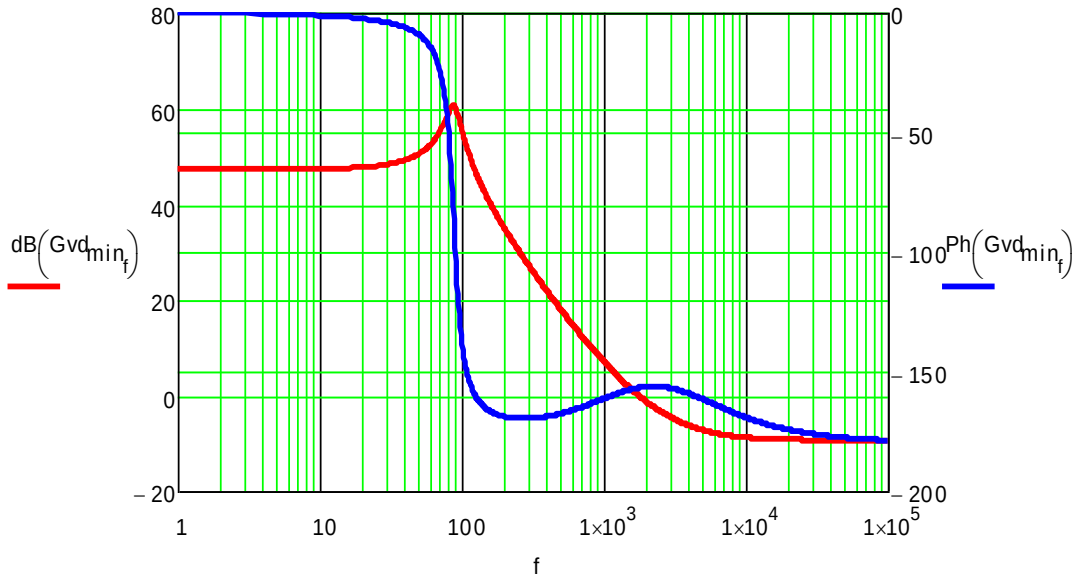


图 3.1

由于 Gvg(s)和 Gig(s)对环路补偿的设计影响不大，故此处省略。从示例推出的 Gvd(s)能够看出 boost 拓扑具有两个与生俱来的缺陷：(1) 存在一个右半平面零点；(2) 品质因数 Qc 不够小。实际上如果都是理想元件，即 RL=0, Resr=0，此时的品质因数更大，boost 主回路占空比到输出电压的传递函数为一个典型的高 Q 值双重极点型控制对象，因此很难说 RL 和 Resr 这种实际杂散参数的介入是好还是坏。

根据该例解释一下电感直流等效电阻和电容 ESR 电阻对主回路传递函数 Gvd(s)的影响。

参数	表达式	RL=0 Resr=0	RL=5mΩ Resr=35mΩ
直流增益	$Vg_{min}\cdot Rload\cdot\frac{D'_{min}{}^2\cdot Rload - R_L}{\left(D'_{min}{}^2\cdot Rload + R_L\right)^2}$	231.139	230.001
右半平面零点	$frhp_{min} := \frac{D'_{min}{}^2\cdot Rload - R_L}{2\cdot\pi\cdot L}$	3.546kHz	3.495kHz
ESR 零点	$fesr_{min} := \frac{1}{2\cdot\pi\, R_{esr}\cdot C_{out}}$	不存在	1.516kHz
谐振频率	$Wc_{min} := \sqrt{\frac{D'_{min}{}^2\cdot Rload + R_L}{\left(Rload + R_{esr}\right)\cdot L\cdot C_{out}}}$	556.301	554.566
品质因数	$Qc_{min} := \frac{D'_{min}{}^2\cdot Rload + R_L}{\left[L + \left(Rload + R_{esr}\right)\cdot R_L\cdot C_{out}\right]\cdot Wc_{min}}$	40.054	4.577

RL=0 Resr=0	
RL=5mΩ Resr=35mΩ	

4. boost 控制环路设计

4.1 峰值电流控制模式概述

主要想介绍峰值电流控制模式，这种控制模式用电压控制器的输出信号作为控制量，用流过开关管的峰值电流作为反馈量，与主电路组成电流控制内环。在峰值电流控制模式中，占空比 d(t)受到多个变量—控制量、反馈电流、输入电压、输出电压等诸多量的控制。

图 4.1 给出了一个简单的峰值电流控制的系统框图，是个由一个电流内环和一个电压外环构成的控制系统。电压控制网络由一个误差放大器和补偿网络实现，输出电压采样信号与 Vref 相比较，产生一个误差信号，作为电压控制网络的输入信号，通过误差放大器和补偿网络输出后作为电流控制网络的控制信号。电流控制网络通过一个比较器和 RS 触发器实现峰值电流控制，即采样的电流信号峰值一旦超过电压控制网络输出的控制信号，PWM 发生器输出的 PWM 信号保持低电平从而关断开关元件，此时电感电流下降直到下一个周期。

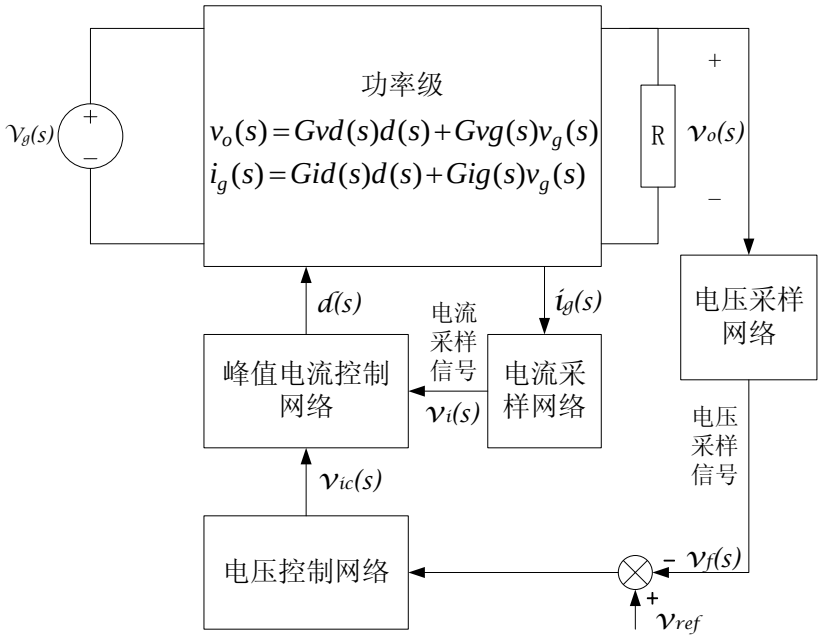


图 4.1 峰值电流控制的系统框图

开关变换器引入峰值电流控制模式后会出现一种称为次谐波振荡的不稳定现象。为了解决这个问题，目前比较成熟的做法是在峰值电流控制网络中增加人工斜坡补偿技术，很多文献都深入分析了这种补偿技术为什么能够解决次谐波振荡以及是如何解决的，在此不再赘述。本系统中的做法是将 UC2842 振荡回路的外接定时电容上的振荡信号通过一个三极管、交流耦合电容和电阻分压网络引入到芯片的 Isen 端，在 Isen 端与电流采样信号求和。

本节已经对峰值电流控制模式做了简单的介绍，显然建立电流内环的交流小信号模型是设计电压外环的基础。将电流控制环及变换器的原始功率级组成的电路定义为等效功率级。

等效功率级的传递函数为：
$$A_p(s)=\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_{ic}(s)}\bigg|_{\hat{v}_g(s)=0} \tag{4-1}$$

等效功率级的音频衰减率为：
$$A(s)=\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_g(s)}\bigg|_{\hat{v}_{ic}(s)=0} \tag{4-2}$$

定义等效功率级后，峰值电流控制系统框图可以简化为图 4.2 所示的系统框图。

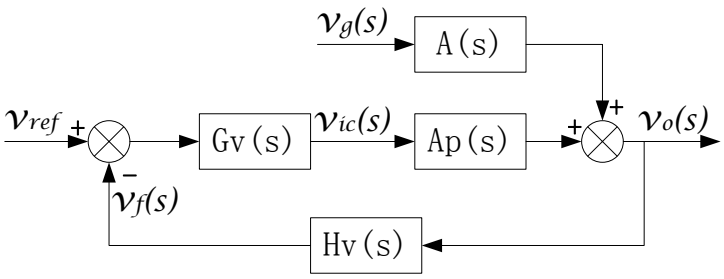


图 4.2 等效功率级组成的系统框图

因此，本章首先建立峰值电流控制器的模型，推导电流控制环及变换器的原始功率级组成的等效功率级传递函数和音频衰减率。然后，根据等效功率级的传递函数，分析 boost 电压控制环的设计思路及变换器系统的整体频率特性。

4.2 等效功率级推导

电感电流采样信号 $v_L(t)$、控制信号 $v_{ic}(t)$ 和人工补偿斜坡信号 $v_{ia}(t)$ 的波形如图 4.3 所示，此图描述了斜坡补偿信号、控制信号、电感电流采样信号是如何决定输出占空比大小的，当电感电流采样值 v_{iL} 达到 $v_{ic}-m_a dT_s$ 值时，输出的 PWM 波关断开关管，调节好这些值的大小关系可决定占空比的值。

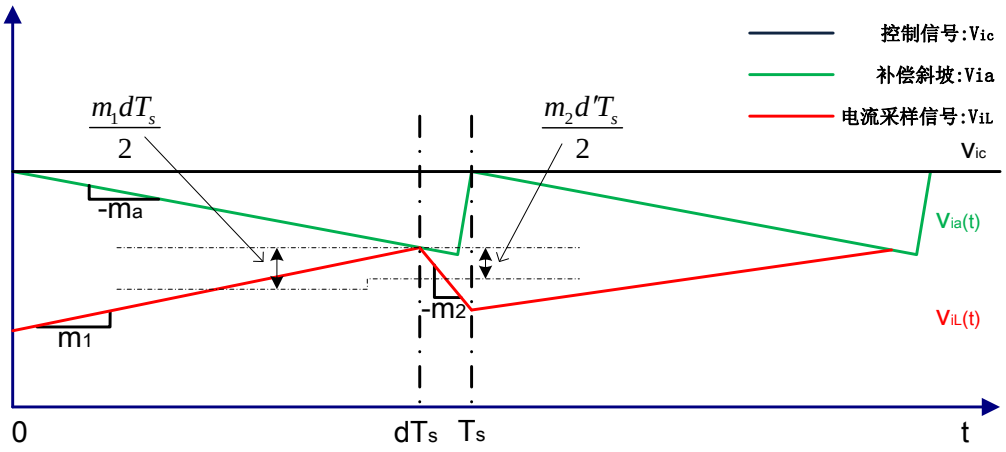


图 4.3 电感电流平均值与控制量之间的关系

根据图 4.3 建立电感电流采样值的平均值表达式：

$$< v_{iL}(t) >_{Ts} = < v_{ic}(t) >_{Ts} - m_a dTs - \frac{m_1 d^2 Ts}{2} - \frac{m_2 d'^2 Ts}{2} \tag{4-3}$$

上式精确地描述了 $< v_{iL}(t) >_{Ts}$ 和 $< v_{ic}(t) >_{Ts}$ 之间的关系，$< v_{iL}(t) >_{Ts}$ 和 $< v_{ic}(t) >_{Ts}$ 分别表示电感电流采样信号和控制信号在 Ts 时间内的平均值。峰值电流控制模式的等效功率级模型推导正是基于上式展开。

引入小信号扰动：

$$
\begin{aligned}
&< v_{iL}(t) >_{Ts} = V_{iL} + \hat{v}_{iL}(t) \\
&< v_{ic}(t) >_{Ts} = V_{ic} + \hat{v}_{ic}(t) \\
&d(t) = D + \hat{d}(t) \\
&m_1 = M_1 + \hat{m}_1(t) \\
&m_2 = M_2 + \hat{m}_2(t)
\end{aligned}
\tag{4-4}
$$

电感电流采样信号的上升斜率 $\hat{m}_1(t)$ 和下降斜率 $\hat{m}_2(t)$ 在 boost 中的计算公式为：

$$
\begin{aligned}
\hat{m}_1 &= \frac{\hat{v}_g}{L} H_i \\
\hat{m}_2 &= \frac{\hat{v}_o - \hat{v}_g}{L} H_i
\end{aligned}
\tag{4-5}
$$

式(4-5)中，$\hat{v}_g$、$\hat{v}_o$ 分别表示变换器输入电压、输出电压的小信号扰动，H_i 为电感电流到对应的采样信号的变比。m_a 是由控制电路决定的，所以其扰动忽略不计，即 $m_a = M_a$。把式(4-4)代入式(4-3)，并略去高阶扰动项，得到如下的表达式：

$$
\hat{v}_{iL}(t) = \hat{v}_{ic}(t) - M_a T_s \hat{d}(t) - \frac{D^2 T_s}{2} \hat{m}_1(t) - \frac{D'^2 T_s}{2} \hat{m}_2(t) \tag{4-6}
$$

由上式(4-6)可求得 $\hat{d}(t)$ 的表达式：

$$
\hat{d}(t) = \frac{1}{M_a T_s} \left[\hat{v}_{ic}(t) - \hat{v}_{iL}(t) - \frac{D^2 T_s}{2} \hat{m}_1(t) - \frac{D'^2 T_s}{2} \hat{m}_2(t) \right] \tag{4-7}
$$

将式(4-5)代入上式(4-7)，可得表达式：

$$
\hat{d}(t) = \frac{1}{M_a T_s} \left[\hat{v}_{ic}(t) - H_i \cdot \hat{i}_L(t) - \frac{(2D-1) T_s}{2L} H_i \cdot \hat{v}_g(t) - \frac{D'^2 T_s}{2L} H_i \cdot \hat{v}_o(t) \right] \tag{4-8}
$$

令 $Fm = \frac{1}{M_a T_s}, Fg = \frac{(2D-1)T_s}{2L}, Fv = \frac{D'^2 T_s}{2L}$，将上式写成频域表达式为：

$$
d(s) = Fm[v_{ic}(s) - H_i \cdot i_L(s) - FgH_i \cdot v_g(s) - FvH_i \cdot v_o(s)] \tag{4-9}
$$

对于变换器原功率级有如下频域关系：

$$
i_L(s) = Gid(s)d(s) + Gig(s)v_g(s) \tag{4-10}
$$

$$
v_o(s) = Gvd(s)d(s) + Gvg(s)v_g(s) \tag{4-11}
$$

将式(4-10)代入式(4-9)，整理后得如下表达式：

$$
d(s) = \frac{Fm}{1 + H_i FmGid} [v_{ic}(s) - (Gig + Fg)H_i \cdot v_g(s) - FvH_i \cdot v_o(s)] \tag{4-12}
$$

将上式(4-12)代入式(4-11)，即可得：

$$v_o(s)=\frac{GvdFm}{1+H_iFmGid+H_iFmFvGvd}v_{ic}(s)+\frac{Gvg-H_iFmFgGvd+H_iFm(GvgGid-GvdGig)}{1+H_iFmGid+H_iFmFvGvd}v_g(s) \quad (4\text{-}13)$$

由上式便知等效功率级传递函数 $A_p(s)=\left.\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_{ic}(s)}\right|_{\hat{v}_g(s)=0}$ 和音频衰减率 $A(s)=\left.\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_g(s)}\right|_{\hat{v}_{ic}(s)=0}$，电压控制环的设计主要是针对等效功率级传递函数，因此本文只讨论等效功率级传递函数：

$$A_p(s)=\left.\frac{v_o(s)}{v_{ic}(s)}\right|_{v_g(s)=0}=\frac{Gvd(s)Fm}{1+H_iFmGid(s)+H_iFmFvGvd(s)} \quad (4\text{-}14)$$

根据等效功率级传递函数的表达式，可以绘制下面的等效框图，相当于由下图所示的两个环路所构成：环路 1-等效电感电流环直流增益为原电流环直流增益乘以系数(Hi * Fm)；环路 2-等效输出电压环直流增益为原输出电压环直流增益乘以系数(Hi * Fm * Fv)。

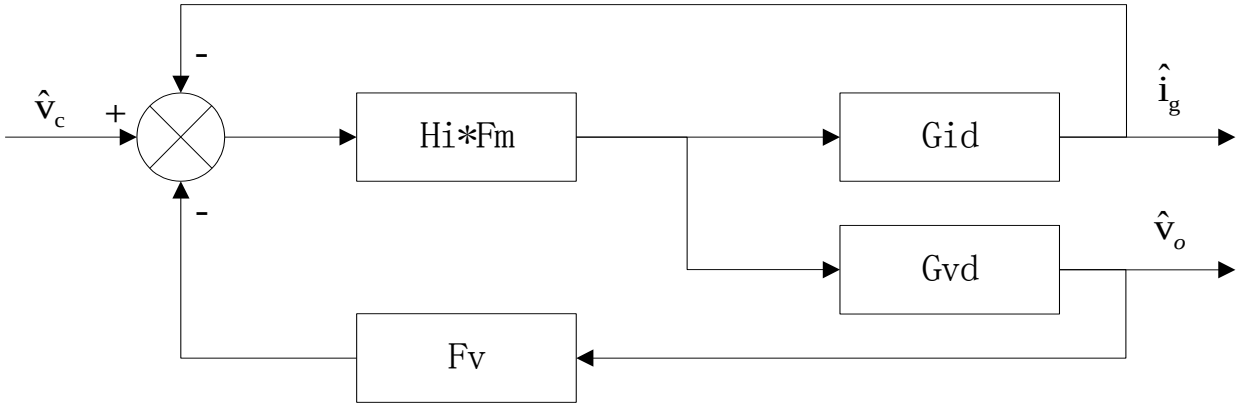


图 4.4 等效功率级传递函数框图

4.3 实例分析

基本还是借鉴前面的例子，不过参数略有改动，如下：

Vg : 10~15V; Vout : 48V; Io.max : 2A; L : 50uH/10mΩ ; Cout : 470uF/25mΩ ; Fsw : 100kHz

输入电压取最小值 10V，满载负载值为 24Ω，在这样的输入 & 负载条件下进行计算。

第 1 步：计算静态工作点

D = 0.794, D` = 1-D = 0.206;

Vo = Vg * Rload * D` / (RL + Rload * D` ^ 2) = 48.072

Ig = Vo / (Rload * D`) = 9.723

r = (Vg – Ig * RL) * D / Fsw / (L * Ig) = 0.162

第 2 步：计算功率级传递函数

$$Gvd_{min_f} := Gvd_dc_{min} \cdot \frac{\left(1 - \frac{S_f}{frhp_{min} \cdot 2 \cdot \pi}\right) \cdot \left(1 + \frac{S_f}{fesr_{min} \cdot 2 \cdot \pi}\right)}{1 + \frac{S_f}{Qc_{min} \cdot Wc_{min}} + \frac{(S_f)^2}{Wc_{min}^2}}$$

$$Gvd_f := 228.8 \cdot \frac{\left(1 - \frac{S_f}{2 \cdot \pi \cdot 3.21 \cdot 10^3}\right) \cdot \left(1 + \frac{S_f}{2 \cdot \pi \cdot 13.55 \cdot 10^3}\right)}{1 + \frac{S_f}{4.677 \cdot 1350} + \frac{(S_f)^2}{1350^2}}$$

其波特图如下图所示

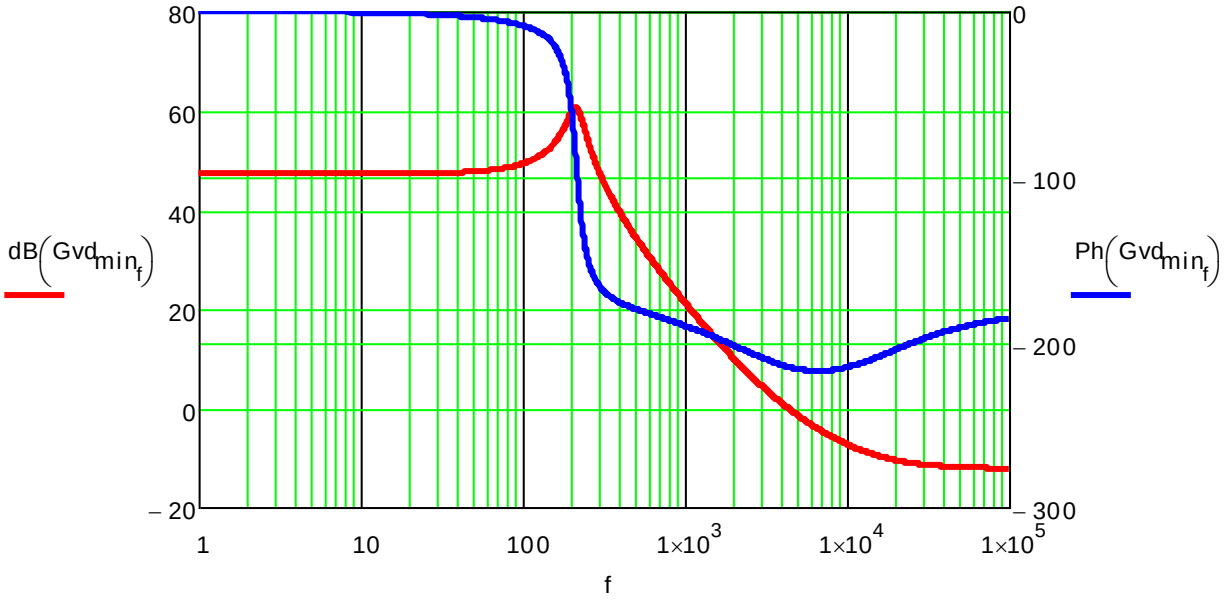


图 4.5 功率级传递函数波特图

第 3 步：计算加入电流环的等效功率级传递函数

模型系数：(含义及表达式均可见 4.2，与 4.2 介绍的有点出入，与本人所用的斜坡补偿电路有关)

$$Hi := 0.075 \cdot \frac{4.1}{5.1} = 0.06$$

$$Fm := \frac{1}{\frac{1.65 \cdot 0.974}{Ts} \cdot \frac{1}{4.1} \cdot Ts} = 2.551$$

$$Fv_{min} := \frac{D'_{min}^2}{2 \cdot L \cdot fs} = 4.244 \times 10^{-3}$$

参见图 4.4，

环路 1 直流增益： $Hi \cdot Fm \cdot Gid_dc_{min} = 14.38$

环路 2 直流增益： $Hi \cdot Fm \cdot Fv_{min} \cdot Gvd_dc_{min} = 0.149$

因为环路 1 直流增益远大于环路 2 直流增益，故可以忽略环路 2

直流反馈深度： $P_{min} := 1 + Hi \cdot Fm \cdot Gid_dc_{min} + Hi \cdot Fm \cdot Fv_{min} \cdot Gvd_dc_{min} = 15.529$

等效功率级传递函数计算

直流增益： $Ap_dc_{min} := \dfrac{Fm \cdot Gvd_dc_{min}}{P_{min}} = 37.592$

谐振频率： $Wc'_{min} := Wc_{min} \cdot \sqrt{P_{min}} = 5.319 \times 10^{3}$

品质因数： $Qc'_{min} := \dfrac{P_{min}}{\left(\dfrac{1}{Qc_{min} \cdot Wc_{min}} + \dfrac{Hi \cdot Fm \cdot Gid_dc_{min}}{fidz_{min} \cdot 2 \cdot \pi}\right) \cdot Wc'_{min}} = 0.036$

用等效功率级传递函数品质因数 Qc` = 0.036 与功率级传递函数品质因数 Qc = 4.677 比较，不难发现电流环的介入使系统成为一个低 Q 值系统，原先的共轭复根被分散成两个离得较远的频率点，这就使得电压补偿环的设计比较简单。

等效功率级传递函数： $Ap_{min_f} := Ap_dc_{min} \cdot \dfrac{\left(1 - \dfrac{S_f}{2 \cdot \pi \cdot frhp_{min}}\right) \cdot \left(1 + \dfrac{S_f}{2 \cdot \pi \cdot fesr_{min}}\right)}{\left(1 + \dfrac{S_f}{wp1_{min}}\right) \cdot \left(1 + \dfrac{S_f}{wp2_{min}}\right)}$

其中： $wp1_{min} := \dfrac{Wc'_{min}}{Qc'_{min}} \cdot \dfrac{1 - \sqrt{1 - 4 \cdot Qc'^{2}_{min}}}{2} = 190.953$

$wp2_{min} := \dfrac{Wc'_{min}}{Qc'_{min}} \cdot \dfrac{1 + \sqrt{1 - 4 \cdot Qc'^{2}_{min}}}{2} = 1.481 \times 10^{5}$

$frhp_{min} := \dfrac{D'^{2}_{min} \cdot Rload - R_L}{2 \cdot \pi \cdot L} = 3.21 \times 10^{3}$

$fesr_{min} := \dfrac{1}{2 \cdot \pi R_{esr} \cdot C_{out}} = 1.355 \times 10^{4}$

如下图所示，为等效功率级波特图

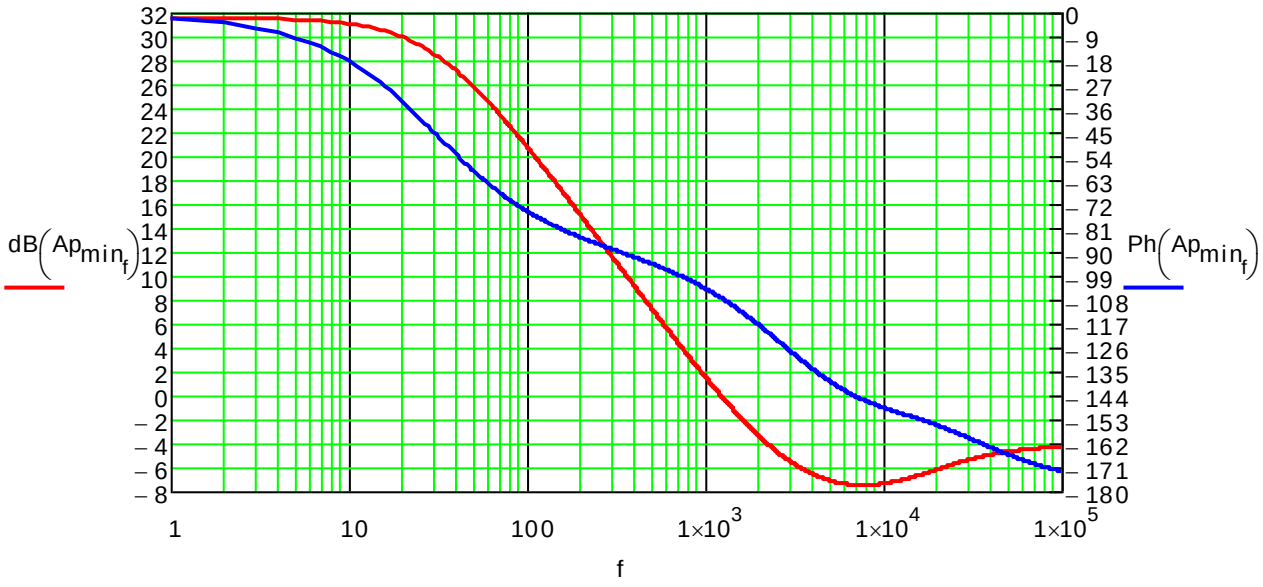


图 4.6 等效功率级传递函数波特图

第 4 步：根据等效功率级传递函数设计电压补偿网络

关于电压反馈环的设计，计算倒是次要的，关键还是经验，即随着实际经验的增长应该建立一种能够针对主回路传递函数选择恰当的补偿网络的能力，而没什么经验的电源工程师只能去借鉴他人，从书籍网络上观察他人是怎样的主回路传递函数，他们根据这样的传递函数又是选择怎样的补偿网络的，也不必过于执着于为什么这样的传递函数就要选择这样的补偿网络，因为本来这就不是一对一的关系，你同样可以选择其他的补偿网络来达到同样的效果。

另外可以多使用仿真软件，观察不同的补偿网络的优缺点，其实也就涉及稳态误差、动态响应几个方面的性能。

我还处在初级阶段，所以该实例中我选择的补偿网络是借鉴的《开关变换器的建模与控制》P227 也所采用的方法，因为这个实例跟书中的例子控制对象很接近，即均为含有 RHP 零点的双极点控制对象，根据书中的提议选用双极点补偿网络，补偿网络的两个极点值分别取为控制对象的 RHP 零点和 ESR 零点，本例中即为 3.2kHz 和 13.5kHz 的两个极点。

先根据相位裕量计算 fc：

$$\phi_m := 180 - \frac{180}{\pi}\cdot\operatorname{atan}\left(\frac{fc}{30.4}\right) - 2\cdot\frac{180}{\pi}\cdot\operatorname{atan}\left(\frac{fc}{3200}\right) - \frac{180}{\pi}\cdot\operatorname{atan}\left(\frac{fc}{23500}\right)$$

fc = 1300 时，$\phi_m := 180 - \frac{180}{\pi}\cdot\operatorname{atan}\left(\frac{fc}{30.4}\right) - 2\cdot\frac{180}{\pi}\cdot\operatorname{atan}\left(\frac{fc}{3200}\right) - \frac{180}{\pi}\cdot\operatorname{atan}\left(\frac{fc}{23500}\right) = 43.954$

再根据 f = fc 时，有 $\left|T_{fc}\right| := \left|Ap_{fc}\cdot Gv_{fc}\right| = 1$，

可计算补偿网络直流增益 $\frac{\sqrt{1+\left(\frac{fc}{30.4}\right)^2}\cdot\sqrt{1+\left(\frac{fc}{23500}\right)^2}}{Ap_dc}=1.14$

算得补偿网络为： $Gv_f := 1.3\cdot\frac{1}{\left(1+\frac{S_f}{2\cdot\pi\cdot3200}\right)\cdot\left(1+\frac{S_f}{2\cdot\pi\cdot13500}\right)}$

第 5 步：加入电压补偿网络的开环传递函数为

$$T_f := 43\cdot\frac{\left(1-\frac{S_f}{2\cdot\pi\cdot3200}\right)}{\left(1+\frac{S_f}{2\cdot\pi\cdot30.4}\right)\cdot\left(1+\frac{S_f}{2\cdot\pi\cdot3200}\right)\cdot\left(1+\frac{S_f}{2\cdot\pi\cdot23500}\right)}$$

其波特图如下图所示

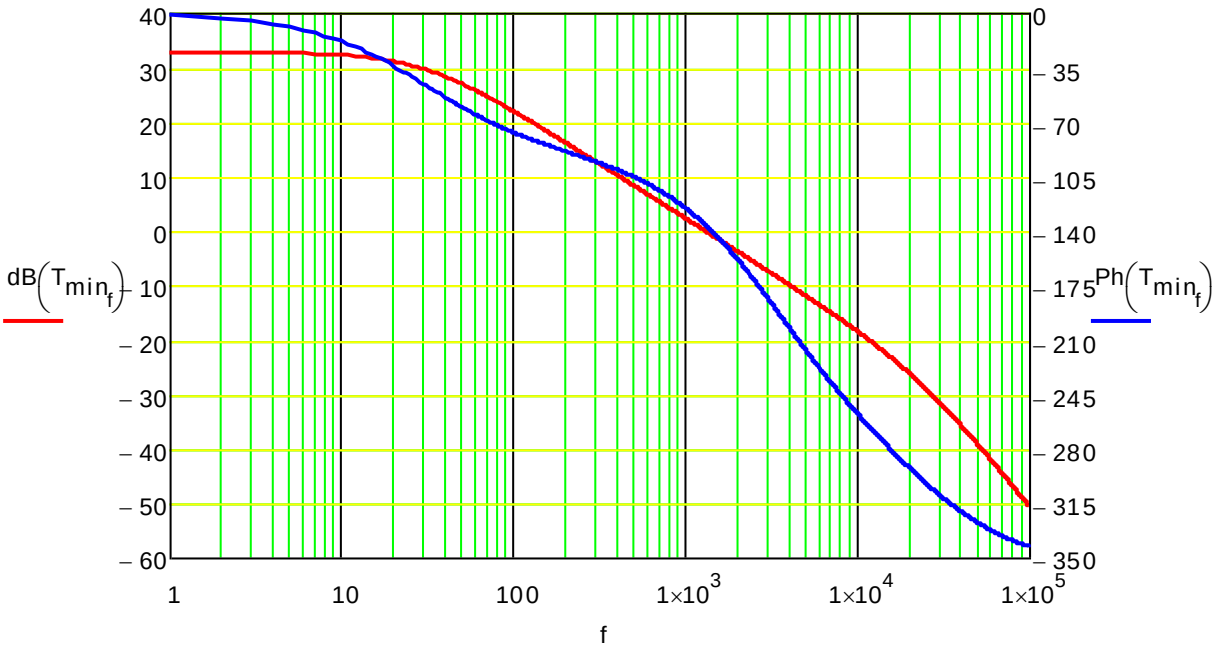


图 4.7 开环传递函数波特图

之后可以通过仿真对补偿网络再进行调节，使稳态误差、动态性能均满意为止，当然我们也知道在各种指标之间必须实现一种平衡，不能妄图所有指标都最优。

另外，该示例中一些实际的参数均未考虑，比如开关器件的导通压降、换流回路及输出电容的杂散电感。关于开关器件的导通压降，如果相对电路的电压电流值很小确实可以忽略，如果必须考虑则主要考虑其对直流工作点的影响即可。而换流回路及输出电容的杂散电感对环路的设计没有影响，主要是会在开关器件两端电压及输出电压上叠加高频信号，如果高频信号比较大则需要增加吸收回路。